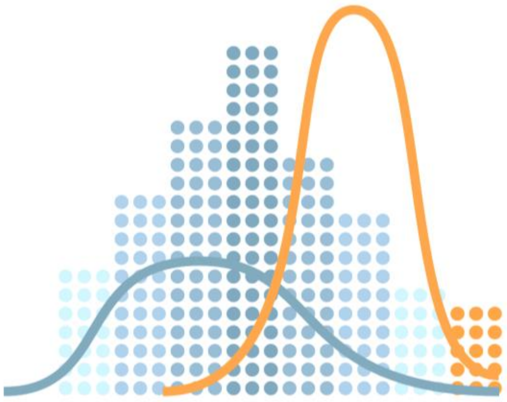
Tema:
Faktorska analiza



Faktorska analiza

Uvod

- m = 50 varijabli $\Rightarrow \frac{m \cdot (m-1)}{2} = \frac{50 \cdot 49}{2} = 1225$ koeficijenata korelacija
- Princip ***parsimonije*** (štednje) - zahtijeva da se veći broj pojava objasni što manjim brojem osnovnih čimbenika (faktora) $\Rightarrow$ ***Faktorska analiza***

Faktorska analiza

Uvod

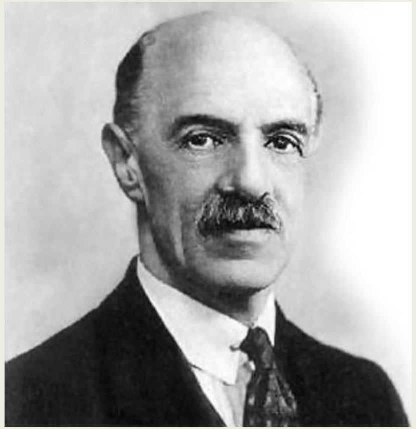
Začetnikom faktorske analize smatra se Charles Edward Spearman koji je prvi postavio dvofaktorsku teoriju inteligencije, izrazivši je jednadžbom

$$\boldsymbol{z}_j = a_j \boldsymbol{g} + \boldsymbol{s}_j$$

gdje je

- $\boldsymbol{z}_j$ manifestna varijabla j
- a_j koeficijent utjecaja generalnog faktora g na manifestnu varijablu j
- $\boldsymbol{g}$ generalni faktor
- $\boldsymbol{s}_j$ faktor specifičan samo za manifestnu varijablu j.

Za empirijsku provjeru svog teoretskog koncepta Spearman je razvio prvi model faktorske analize (Spearman, 1904).



Charles Edward Spearman (1863-1945).

Faktorska analiza

Uvod

Osim Spearmana, značajnu ulogu u razvoju faktorske analize imao je američki psihometričar Louis Leon Thurstone, koji je za svoju teoriju o postojanju više primarnih mentalnih sposobnosti razvio multifaktorsku analizu (Thurstone, 1931).

Faktorska analiza zajedničko je ime za više metoda kojima je zajednički cilj kondenzacija većeg broja manifestnih varijabli, među kojima postoji povezanost (korelacija), na manji broj latentnih dimenzija ili faktora.

Manifestne varijable dobivene su mjerenjem, a **latentne dimenzije** nisu izravno mjerljive postojećim mjernim instrumentima, već se dobivaju linearnom kombinacijom manifestnih varijabli

Louis Leon Thurstone
(1887-1955.)

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

Komponentni model faktorske analize predložio je Harold Hotelling 1933. godine.

$$\boldsymbol{B} = (b_{ij})$$

- $E = \{e_i; i = i,\ldots,n\}$ entiteta
- $V = \{v_j; j = 1,\ldots,m\}$ varijabli.

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{B_c V^{-1}}$$

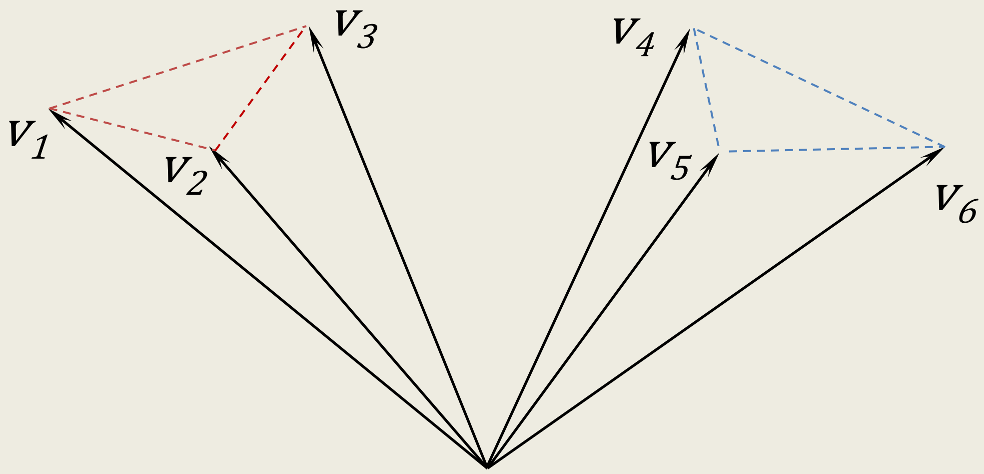
- $\boldsymbol{B_c}$ matrica centriranih podataka dobivenih operacijom
  $\boldsymbol{B_c = B - 1m^T}$ ($\boldsymbol{m}$ - vektor aritmetičkih sredina)
- $\boldsymbol{V^{-1}}$ dijagonalna matrica standardnih devijacija.

Harold Hotelling
(1895-1973)

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

$$R = Z^T Z n^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & . & . & r_{1m} \\ r_{21} & 1 & . & . & r_{2m} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ r_{m1} & r_{m2} & . & . & 1 \end{vmatrix}$$



Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

$$R = X\lambda X^T$$

$$(R - \lambda I)\, X = 0$$

- $X^T X = X X^T = I$
- $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_m$ i $\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_m = m$

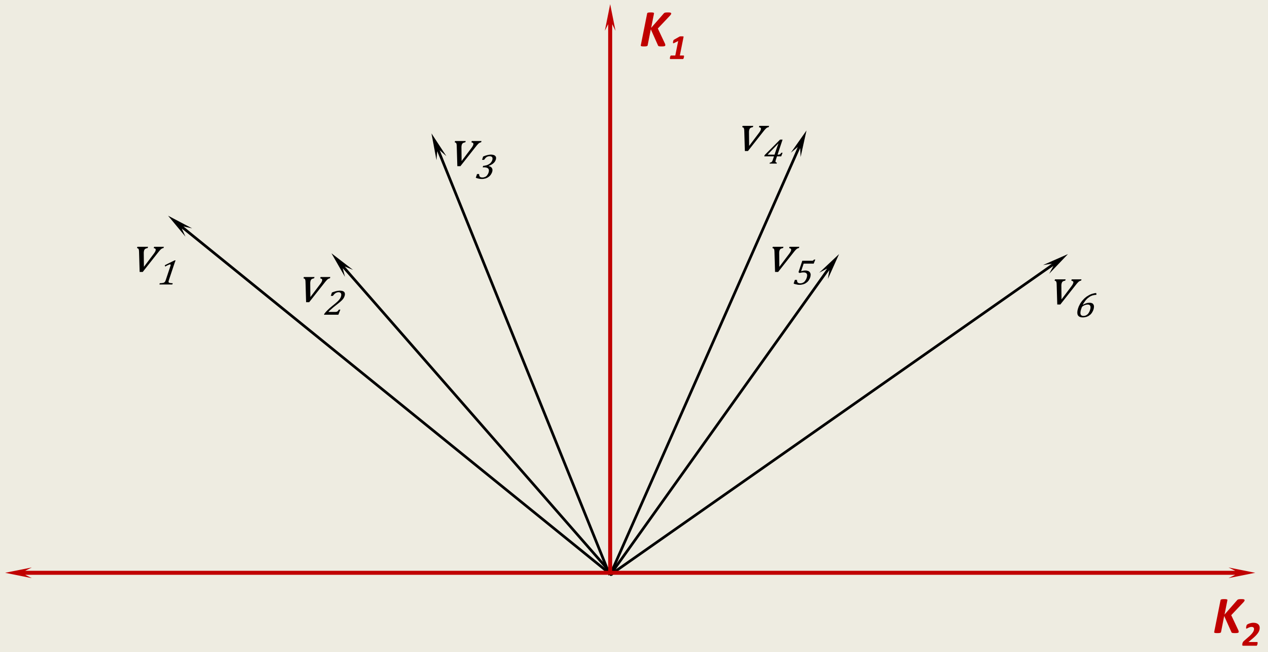
$$K = Z X$$

- varijanca glavne komponente k_j jedanaka λ_j $(j = 1, \ldots m)$
- kovarijance glavnih komponenata jednake su nuli.

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

$$H = X\lambda^{1/2}$$

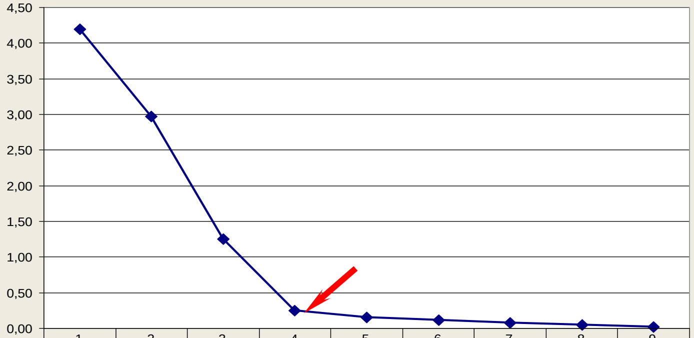


Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

Kriteriji za odabir značajnog broja faktora:

- **GK-kriterij -** Značajnima se smatraju samo one komponente čija je svojstvena vrijednost (varijanca) veća ili jednaka jedan
- **PB – kriterij -** Značajnim se smatraju one komponente čija je suma svojstvenih vrijednosti λ_j poredanih po veličini manja od Σsmc.
- **Scree-test -** *Na scree plotu* odredi se točka poslije koje se svojstvene vrijednosti smanjuju u skladu s blagim linearnim trendom



1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,20	2,97	1,25	0,25	0,15	0,11	0,08	0,04	0,02

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

Komunaliteti i unikviteti

$$
\boldsymbol{H} = \begin{array}{cc}
\overbrace{\hphantom{h_{11} \quad \cdot \quad \cdot \quad h_{1k}}}^{\text{značajne glavne komponente}} & \overbrace{\hphantom{\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad h_{1m}}}^{\text{glavne komponente koje nisu značajne}} \\
\multicolumn{2}{c}{\left|\begin{array}{cccc|cccc}
h_{11} & \cdot & \cdot & h_{1k} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{1m} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
h_{m1} & \cdot & \cdot & h_{mk} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{mm}
\end{array}\right|}
\end{array}
$$

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

Varijancu svake manifestne varijable moguće je dekomponirati na *komunalitet* (h^2) i *unikvitet* (u^2)

$$1 = h_j^2 + u_j^2$$

- **Komunaliteti** predstavljaju onaj dio ukupne varijance svake manifestne varijable koji je moguće objasniti s *k* značajnih komponenata

$$h_j^2 = \sum_{p=1}^{k} h_{jp}^2 = h_{j1}^2 + h_{j2}^2 + \ldots + h_{jk}^2$$

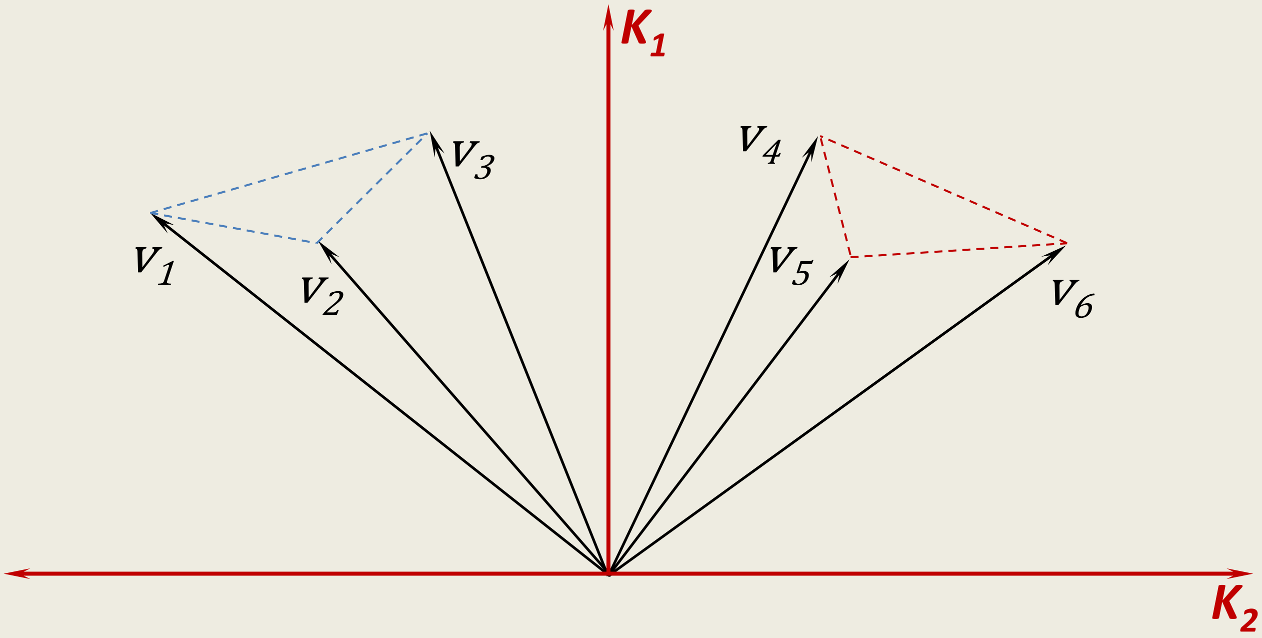
- **Unikviteti** predstavljaju onaj dio ukupne varijance svake manifestne varijable koji nije moguće objasniti s *k* značajnih komponenata

$$u_j^2 = 1 - h_j^2$$

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

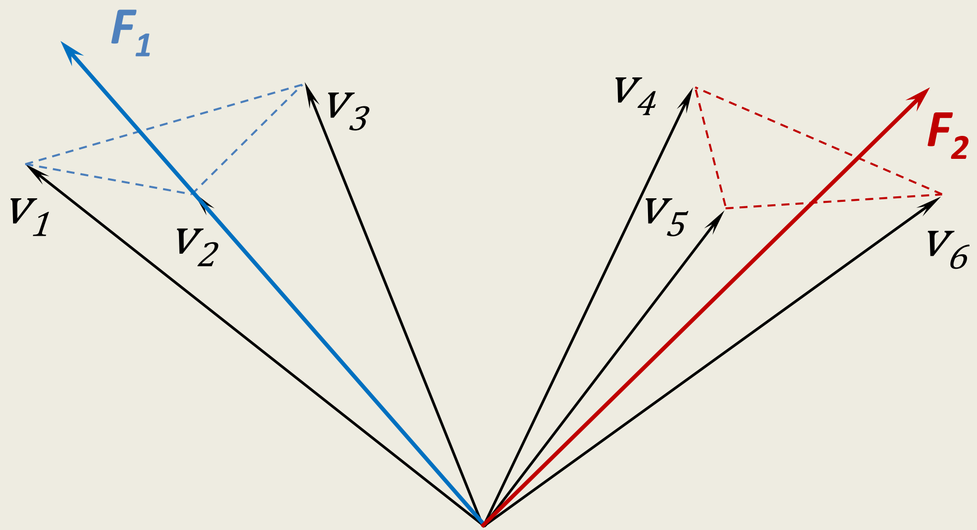
Rotacije



Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

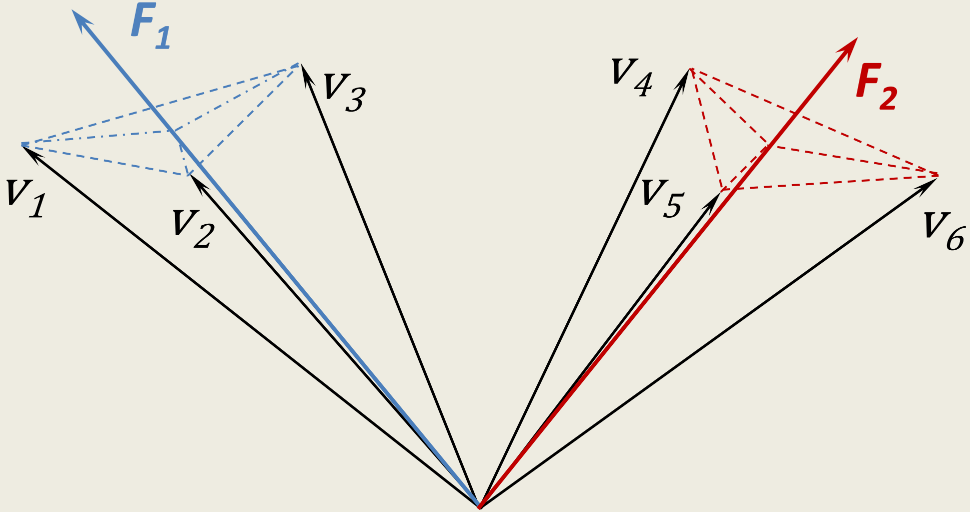
Rotacije - ortogonalna



Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize

Rotacije - neortogonalna



Faktorska analiza

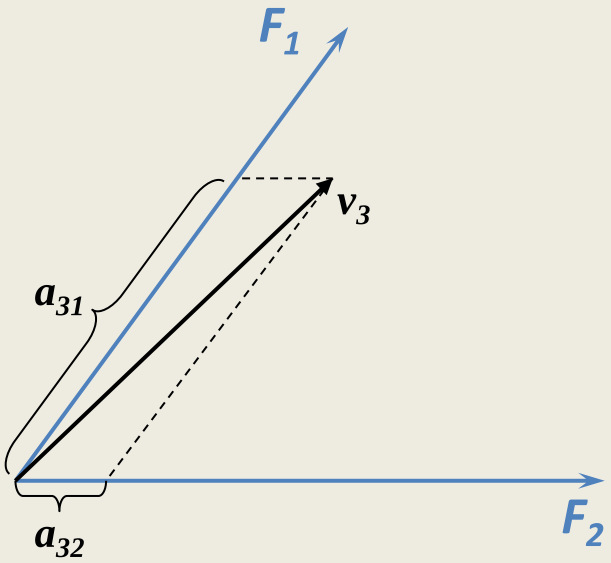
Komponentni model faktorske analize

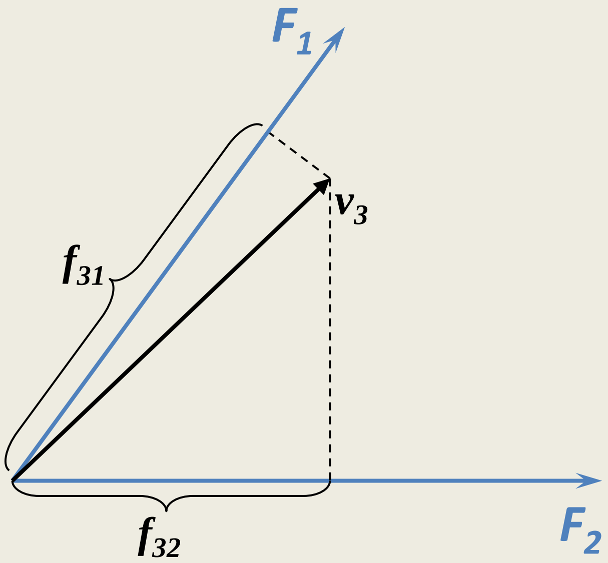
Kao rezultat svake neortogonalne rotacije dobiju se tri matrice rezultata:

- ***F*** - matrica korelacija ili ortogonalnih projekcija manifestnih varijabli na transformirane faktore - ***matrica***
- ***A*** - matrica koordinata ili paralelnih projekcija manifestnih varijabli na transformirane faktore - ***matrica sklopa***.
- ***M*** - matrica korelacija između faktora ***strukture***.

Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize





Faktorska analiza

Komponentni model faktorske analize