



OSNOVE STATISTIKE I KINEZIOMETRIJE

Priručnik za sportske trenere

Dražan Dizdar

Predgovor

Ovaj priručnik prvenstveno je namijenjen redovitim i izvanrednim studentima stručnih studija za izobrazbu trenera Kineziološkog fakulteta u Sveučilišta u Zagrebu.

U priručniku se sastoji od dva dijela. U prvom dijelu su predstavljene osnove Statistike (osnovni statistički pojmovi, osnovni postupci za uređivanje i prikazivanje podataka, deskriptivni pokazatelji, normalna distribucija, standardizacija podataka (z-vrijednost), korelacija i deskriptivna analiza promjena), a u drugom osnove Kineziometrije (osnovni, kineziometrijski pojmovi, konstrukcija mjernog instrumenta, metrijske karakteristike), a u drugom

Nadamo se da će vam priručnik pomoći da lakše i bolje savladate program predmeta Osnove statistike i kineziometrije te da usvojena znanja prenesete u trenersku praksu.

Autor

Sadržaj

Osnove statistike

1 Osnovni statistički pojmovi	4
1.1 Podatak	4
1.2 Entitet	4
1.3 Populacija i uzorak entiteta	4
1.4 Vrste uzoraka entiteta	5
1.5 Varijabla	6
1.6 Vrste varijabli	6
1.7 Populacija i uzorak varijabli	7
1.8 Matrica podataka	7
2 Osnovni postupci za uređivanje i prikazivanje podataka	8
2.1 Grupiranje podataka	10
2.2 Grupiranje i grafičko prikazivanje kvalitativnih podataka	11
2.3 Grupiranje i grafičko prikazivanje kvantitativnih podataka	14
3 Deskriptivni pokazatelji	20
3.1 Mjere centralne tendencije	20
3.1.1 Aritmetička sredina ili prosječna vrijednost	20
3.1.2 Mod ili dominantna vrijednost	21
3.1.3 Medijan ili centralna vrijednost	22
3.2 Mjere varijabilnosti ili disperzije	23
3.2.1 Totalni raspon	23
3.2.2 Varijanca i standardna devijacija	24
3.2.3. Koeficijent varijabilnosti	25
3.3 Mjere asimetrije distribucije (engl. <i>skewness</i>)	26
3.4 Mjere izduženosti distribucije (engl. <i>kurtosis</i>)	28
4 Normalna distribucija	30

5 KS – test	32
6 Standardizacija podataka (z - vrijednost)	34
7 Procena aritmetičke sredine populacije	40
8 Korelacija	48
9 Deskriptivna analiza promjena	54
9.1 Deskriptivna analiza grupnih promjena	54
9.2 Deskriptivna analiza individualnih promjena	57

Osnove kineziometrije

10 Osnovni kineziometrijski pojmovi	60
11 Konstrukcija mjernog instrumenta	63
11.1 Definiranje predmeta mjerena	64
11.2 Odabir odgovarajućeg tipa mjernog instrumenta	65
11.3 Izbor podražajnih situacija	66
11.4 Standardizacija postupka mjerena	67
11.5 Utvrđivanje metrijskih karakteristika	68
12 Metrijske karakteristike	69
12.1 Pouzdanost	69
12.2 Objektivnost	70
12.3 Homogenost	70
12.4 Osjetljivost	70
12.5 Valjanost	71

Prilozi

Tablica A - Normalna distiribucije	73
Tablica B - t – distribucija	74
Tablica C - KS – test	75
Pojmovnik	76
Formule	81

1. Osnovni statistički pojmovi

1.1 Podatak

Pod pojmom *podatak* ili *informacija* podrazumijeva se određena kvantitativna ili kvalitativna vrijednost kojom je opisano određeno obilježje nekog objekta, stvari, osobe, pojave, procesa...,odnosno, entiteta. Pritom je važno naglasiti da se statistika bavi obradom podataka koji međusobno variraju. Naime, kada bi svi prikupljeni podaci bili jednaki, onda ne bi bili predmetom statističke analize, jer bi jedan podatak opisivao i sve druge podatke. Osim toga, predmet statističke analize nisu ni podaci koji se izvode po nekoj zadanoj matematičkoj funkciji, primjerice, logaritamski brojevi i slično, već su to podaci variabilitet kojih mora biti izraz prirode pojave koja se istražuje. Tako, primjerice, tjelesna visina djece istog spola i dobi nije jednaka te se njen variabilitet ne može točno definirati matematičkom formulom, već se opisuje određenim statističkim pokazateljima.

1.2 Entitet

Statistika se bavi obradom podataka koji opisuju određena obilježja, svojstva, karakteristike nekog skupa osoba, objekata, stvari, pojave, procesa i sl. Svaka jedinka tog skupa naziva se *entitet* i nosi informacije koje je moguće prikupiti nekim postupkom mjerenja. U kineziološkim istraživanjima entiteti su najčešće ljudi, ali mogu biti i sportske ekipe, tehnički elementi, zadaci u igri itd.

1.3 Populacija i uzorak entiteta

Skup svih entiteta čija su obilježja predmet statističke analize najčešće se naziva *populacija entiteta* (*statistički skup, univerzum entiteta*). Populacija entiteta može biti beskonačan ili konačan skup entiteta (e_i). Prema Šošiću (2004), beskonačna populacija predstavlja hipotetični skup s beskonačno mnogo elemenata (entiteta) koji su u svezi s nekim statističkim (stohastičkim) procesom. Ako se proces ponavlja beskonačno u istim uvjetima, njegovi su ishodi elementi beskonačne populacije. Primjerice, ako na isti način i u istim uvjetima beskonačno bacamo pravilan novčić, tada nije poznato unaprijed što će biti rezultat bacanja (pismo ili glava), a postupak se teoretski može izvoditi beskonačno. Dakle, radi se o statističkom procesu čiji su ishodi elementi beskonačne populacije. Za razliku od beskonačne populacije, koja ima beskonačan broj entiteta, konačnu populaciju predstavlja pojmovno, prostorno i vremenski definiran konačan skup entiteta. Primjerice, "studenti prve godine Kineziološkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu školske godine 2002/2003". Entiteti koji pripadaju ovako definiranoj populaciji jednaki su po općim obilježjima, a to su:

- *pojmovno* - studenti prve godine Kineziološkog fakulteta,
- *prostorno* - Sveučilišta u Zagrebu,

- *vremenski* - u školskoj godini 2020/2021.

Dakle, *pojmovno* određenje populacije definira što je entitet i koja su njegova opća svojstva, *prostorno* određenje određuje geografsko područje za koje su vezani entiteti, a *vremensko* povezuje entitete s određenom vremenskom jedinicom ili razdobljem. Podskup entiteta izabran iz populacije u skladu s nekim pravilom, a s ciljem da je što bolje reprezentira, naziva se *uzorak entiteta*. Ako je uzorak dobar reprezentant, predstavnik populacije iz koje je izabran, onda rezultati (zaključci) dobiveni na uzorku, uz određenu pogrešku, vrijede i za populaciju. Entiteti se u uzorak mogu birati na razne načine, što određuje vrste uzoraka.

1.4 Vrste uzoraka entiteta

Najjednostavnija podjela uzoraka je na *namjerne* i *slučajne* uzorke. Pod namjernim uzorcima podrazumijevaju se oni uzorci u koje su entiteti birani prema nekom subjektivnom stavu istraživača o njihovoj reprezentativnosti ili se uzorak formira odabirom lako ili trenutno dostupnih entiteta (*prigodni uzorak*).

Uzorak će biti dobar reprezentant populacije ako je za svaki entitet jednaka vjerojatnost da budu izabrani, odnosno ako se zadovolji uvjet slučajnog odabira entiteta. S obzirom na to da se uzorci biraju s ciljem da što bolje reprezentiraju populaciju iz koje su izabrani, lako je uočiti da će pogreška procjene statističkih pokazatelja biti to manja što je efektiv uzorka bliži broju entiteta u populaciji. Ovisno o načinu izbora entiteta, odnosno *uzorkovanju*¹ moguće je razlikovati nekoliko vrsta slučajnih uzoraka. To su:

- *jednostavni slučajni uzorak* - formira se tako da svakom entitetu neke populacije osiguramo jednaku vjerojatnost (šansu) izbora (primjerice, uz pomoć bubenja za loto, generatora slučajnih brojeva i sl.).
- *intervalni uzorak* - formira se tako da se svi entiteti neke populacije poredaju (npr. po abecednom redu) te da se, nakon slučajnog izbora prvog entiteta, bira svaki treći, peti, odnosno n -ti entitet. Ovaj način biranja entiteta ima karakteristike jednostavnog slučajnog uzorka ako su entiteti nesistematski poredani.
- *stratificirani uzorak* - formira se tako da se populacija podijeli prema nekim važnim obilježjima (npr. spol, dob i sl.) u *stratume* (slojeve, podpopulacije) iz kojih se slučajnim odabirom biraju entiteti. Broj entiteta biranih iz svakog *stratuma* mora biti proporcionalan veličini pojedinog *stratuma* u populaciji.
- *grupni uzorak* - formira se tako da se iz neke populacije slučajnim izborom biraju cijele grupe (npr. ako se istražuje srednjoškolska populacija u nekoj državi, slučajnim

¹uzorkovanje (engl. *sampling*) predstavlja postupak kojim se iz populacije bira uzorak entiteta.

izborom bira se uzorak škole, a svi učenici škola koje su odabrane čine uzorak entiteta).

Slika 1-1: Vrste uzorka



1.5 Varijable

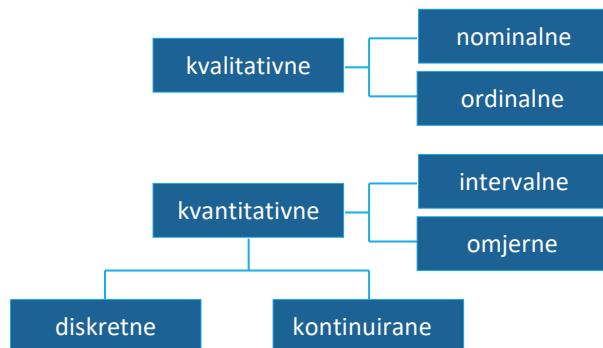
Iako entiteti neke populacije imaju međusobno jednaka opća obilježja (primjerice, studenti su Kineziološkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu u šk. god. 2020/2021.), oni se razlikuju po drugim obilježjima (osobinama, sposobnostima, znanjima itd.), primjerice, po morfološkim obilježjima (tjelesna visina, tjelesna težina, raspon ruku, opseg podlaktice...), motoričkim sposobnostima (rezultatima postignutim u raznim motoričkim zadacima temeljem kojih se procjenjuju npr. eksplozivna snaga, brzina, koordinacija...), situacijskoj uspješnosti igrača ili ekipе (broj skokova u obrani, broj asistencija...) itd. U znanstvenim istraživanjima pod pojmom *varijabla* podrazumijeva se određeno obilježje (svojstvo) koje oblikom ili stupnjem varira među entitetima, odnosno po kojem entiteti mogu biti isti ili različiti. To svojstvo mora biti operacionalno definirano, odnosno svi postupci za njegovo opažanje ili mjerjenje moraju biti precizno opisani.

1.6 Vrste varijabli

Različita obilježja, odnosno varijable (osobine, sposobnosti i sl.) mogu se pojavljivati u različitim oblicima i stupnjevima. Primjerice, obilježje *spol* javlja se u dva oblika: *muškarci* i *žene*. Takva se obilježja nazivaju *alternativnima*. Školske ocjene se u Hrvatskoj javljaju u 5 različitih oblika (nedovoljan, dovoljan, dobar, vrlo dobar i odličan). Tjelesna visina vrlo je promjenjiva i može se izraziti različitim vrijednostima koje ukazuju na stupanj razvijenosti mјerenog obilježja itd. No usprkos takvoj raznolikosti, moguće je varijable podijeliti na *kvalitativne* i *kvantitativne*. Kvalitativne varijable još se nazivaju i *kategorijalnima*, a mogu biti *nominalne* i *ordinalne* (redoslijedna). Za razliku od kvalitativnih varijabli kojima se izražavaju nenumerička svojstva entiteta, *kvantitativne varijable* numerički izražavaju stupanj razvijenosti mјerenog svojstva, a dobivene su mјerenjem nekog obilježja entiteta *intervalnom*

i *omjernom* mjernom ljestvicom. Osim toga, kvantitativne varijable mogu biti *diskretne* i *kontinuirane*. Diskretne varijable izražavaju konačan broj vrijednosti mjerenog svojstva i uvijek su određene cijelim brojem. Dobivaju se postupkom prebrojavanja (npr. broj sklekova, broj skokova u obrani i napadu...), dok kontinuirane varijable mogu poprimiti bilo koju numeričku vrijednost, a dobivaju se mjeranjem (npr. mjerjenje vremena, količine, udaljenosti...).

Slika 2-2: Vrste varijabli



1.7 Populacija i uzorak varijabli

Populacija ili *univezum varijabli* $W = \{w_j; j = 1,2,\dots\}$ predstavlja skup svih mogućih varijabli kojima se može opisati stanje nekog entiteta. Podskup varijabli $V = \{v_j; j = 1,2,\dots,m\}$, na temelju neke teorije izabran iz populacije varijabli, naziva se *uzorak varijabli*.

1.8 Matrica podataka

Matrica podataka je skup podataka dobivenih opisom skupa entiteta $E = \{e_i; i = 1,\dots,n\}$ nekim skupom varijabli $V = \{v_j; j = 1,\dots,m\}$ smještenih tako da svaki redak sadrži podatke kojima je pojedini entitet e_i opisan s m varijabli, dok svaki stupac sadrži podatke n entiteta u pojedinoj varijabli v_j .

Tablica 1-1: Primjer matrice podataka

ENTITETI	SPOL	TM	TV
Šime	M	85	195
Mate	M	88	176
Marko	M	75	170

2. Osnovni postupci za uređivanje i prikazivanje podataka

Nakon prikupljanja, podatke je potrebno pripremiti za odgovarajuću statističku obradu. S obzirom da se u posljednje vrijeme statistička obrada obavlja isključivo pomoću specijaliziranih računalnih programa za statističko-grafičku obradu podataka (*SPSS, STATISTICA* itd.), prikupljene podatke potrebno je pohraniti u datoteke (*fileove*). Gotovo svi programski proizvodi za statističko-grafičku obradu podataka zahtijevaju unos podataka u obliku tablice ili matrice. U prvom se koraku uz, pomoć odgovarajućih programske alata, formira tablica čiju veličinu određuje broj entiteta (broj entiteta određuje broj redaka) i broj varijabli (broj varijabli određuje broj stupaca). Zatim se, prema potrebi, imenuju variable (stupci) i entiteti (reci) te se unoše prikupljeni podaci. Primjer tablice s podacima prikazan je u tablici 2-1.

S obzirom da je unos podataka mukotrpan i vrlo važan dio svakog istraživanja (jer o točnosti unesenih podataka ovisi i konačna upotrebljivost rezultata dobivenih statističkom analizom), brzina unosa može se povećati prikladnim *kodiranjem* podataka. Kodiranje se obično koristi kod kvalitativnih varijabli, gdje se odgovarajućoj kategoriji (obliku kvalitativnog obilježja) pridružuju brojevi ili oznake. Primjerice, varijabli *spol* koja ima dva oblika – *muškarci* i *žene*, mogu se dodijeliti oznaka "M" za muške osobe, a "Z" za ženske osobe ili "1" za muškarce, a "2" za žene. Tablica 2-2 prikazuje kodnu listu koja je korištena za unos podataka iz tablice 2-1.

Tablica 2-1. Tablica podataka 20 entiteta opisanih s 3 varijable

ENTITETI	SPOL	POZ	OKI
AV	M	B	4
EM	M	B	3
KV	M	B	4
MD	M	B	3
MM	M	K	3
NM	M	K	2
NK	M	K	3
SA	M	K	3
SS	M	C	2
VM	M	C	3
VD	M	C	3
VI	M	C	5
BM	Z	B	3
ML	Z	B	3
GG	Z	B	4
KD	Z	B	3
RM	Z	K	1
NK	Z	K	3
MD	Z	K	5
SJ	Z	K	3
SS	Z	C	4
TD	Z	C	3
VI	Z	C	2
VS	Z	C	2

Tablica 2-2. Primjer kodne liste

Kratko ime varijable	Dugo ime varijable	Oblici (vrijednosti) varijable	Kod
SPOL	Spol	Muškarci	M
		Žene	Z
POZ	Pozicija u igri	Bek	B
		Krilo	K
		Centar	C
OKI	Ocjena kvalitete igrača	Vrlo slaba kvaliteta	1
		Slaba kvaliteta	2
		Dobra kvaliteta	3
		Vrlo dobara kvaliteta	4
		Izvrsna kvaliteta	5

2.1 Grupiranje podataka

Teško je izvesti odgovarajuće zaključke o promatranim pojavama, samo na temelju prikupljenih podataka, stoga ih je potrebno statistički urediti i prikladno prikazati. Podaci se uređuju *grupiranjem*, odnosno razvrstavanjem podataka prema oblicima (kategorijama, klasama, razredima) mјerenog svojstva. Tako grupirani podaci se, radi bolje preglednosti, prikazuju pomoću tablica i grafikona. Primjerice, ako je ispitu iz Kvantitativnih metoda pristupio određeni broj studenata moguće ih je grupirati prema postignutom uspjehu, a to znači najmanje u dvije kategorije (nisu položili i položili su) ili, preciznije, u 5 kategorija (nedovoljan, dovoljan, dobar, vrlo dobar i odličan).

Grupiranje predstavlja statistički postupak razvrstavanja entiteta s istim oblikom obilježja u određeni broj disjunktnih podskupova (podskupovi koji nemaju zajedničkih članova). Pritom je važno naglasiti da se prilikom grupiranja svi entiteti moraju razvrstati i da svaki entitet može biti član samo jednog podskupa (grupe, kategorije, klase, razreda). Dakle, grupiranje je postupak sažimanja velikog broja podataka, koji pripadaju osnovnom skupu, u manji broj podskupova.

Broj entiteta koji pripadaju istoj kategoriji (klasi, razredu) naziva se *frekvencija*. Zbroj frekvencija svih grupa jednak je ukupnom broju entiteta. Ako se entiteti grupiraju po jednom obilježju (primjerice, spolu), onda se takvo grupiranje naziva *jednodimenzionalno*, a ako se grupiraju na temelju većeg broja obilježja, onda se naziva *višedimenzionalno* grupiranje.

Tablica 2-3 prikazuje jednodimenzionalno grupiranje entiteta. Grupiranje se izvodi na temelju jedne varijable – uspjeh na ispitu. Od ukupno 40 studenata koji su pristupili pismenom dijelu ispita, 25 ih nije položilo ispit, a 15 je položilo.

Tablica 2-3. Primjer jednodimenzionalnog grupiranja prema uspjehu na ispitu

uspjeh na ispitu	frekvencija
nisu položili	25
položili	15
ukupno	40

Tablica 2-4 prikazuje dvodimenzionalno grupiranje jer se grupiranje izvodi po dvije varijable: spol i uspjeh na ispitu. Ispitu je pristupilo 26 studenata i 14 studentica. Od 26 studenata, 16 ih nije položilo ispit, a 10 jest, dok od 14 studentica 9 ih nije položilo, a 5 jest.

Tablica 2-4. Primjer dvodimenzionalnog grupiranja – prema spolu i uspjehu na ispitu

spol	nisu položili	položili	ukupno
muškarci	16	10	26
žene	9	5	14
ukupno	25	15	40

2.2 Grupiranje i grafičko prikazivanje kvalitativnih podataka

Kvalitativni podaci grupiraju se tako da se entiteti razvrstaju u određeni broj kategorija. Primjerice, obilježje uspjeh na ispitu ima dva oblika (nominalna mjerna skala): *nisu položili* i *položili su*. Grupiranje se izvodi razvrstavanjem entiteta koji su položili ispit u kategoriju *položili*, a koji nisu u kategoriju *nisu položili* (tablica 2-5).

Tablica 2-5. Grupiranje entiteta prema uspjehu na ispitu (dvije kategorije: *nisu položili*–*položili*)

uspjeh na ispitu	frekvencija	%
nisu položili	25	62,5
položili	15	37,5
ukupno	40	100

Entitete je moguće grupirati i prema ocjeni dobivenoj na ispitu (ordinalna mjerna skala). U tom slučaju postoji pet stupnjevanih kategorija te ih je potrebno navesti od najniže prema najvišoj ili obrnuto (tablica 2-6).

Tablica 2-6. Grupiranje entiteta prema uspjehu na ispitu (pet kategorija: *nedovoljan*, *dovoljan*, *dobar*, *vrlo dobar*, *odličan*)

uspjeh na ispitu	frekvencija	%
nedovoljan	25	62,5
dovoljan	8	20
dobar	3	7,5
vrlo dobar	2	5
odličan	2	5
ukupno	40	100

Radi lakšeg zaključivanja o prolaznosti na ispitu, moguće je izračunati *relativne frekvencije*.

Relativna frekvencija izračuna se kao omjer frekvencije određene kategorije i zbroja frekvencija svih kategorija (ukupnog broja entiteta).

$$p_g = f_g/n; \quad \%_g = f_g/n \cdot 100; \quad g = 1,..,k$$

gdje je

- p_g relativna frekvencija izražena u proporciji grupe g ($g = 1, \dots, k$)
- f_g frekvencija u grupi g
- $\%_g$ relativna frekvencija izražena u postotku
- n ukupan broj entiteta
- k broj kategorija (grupa).

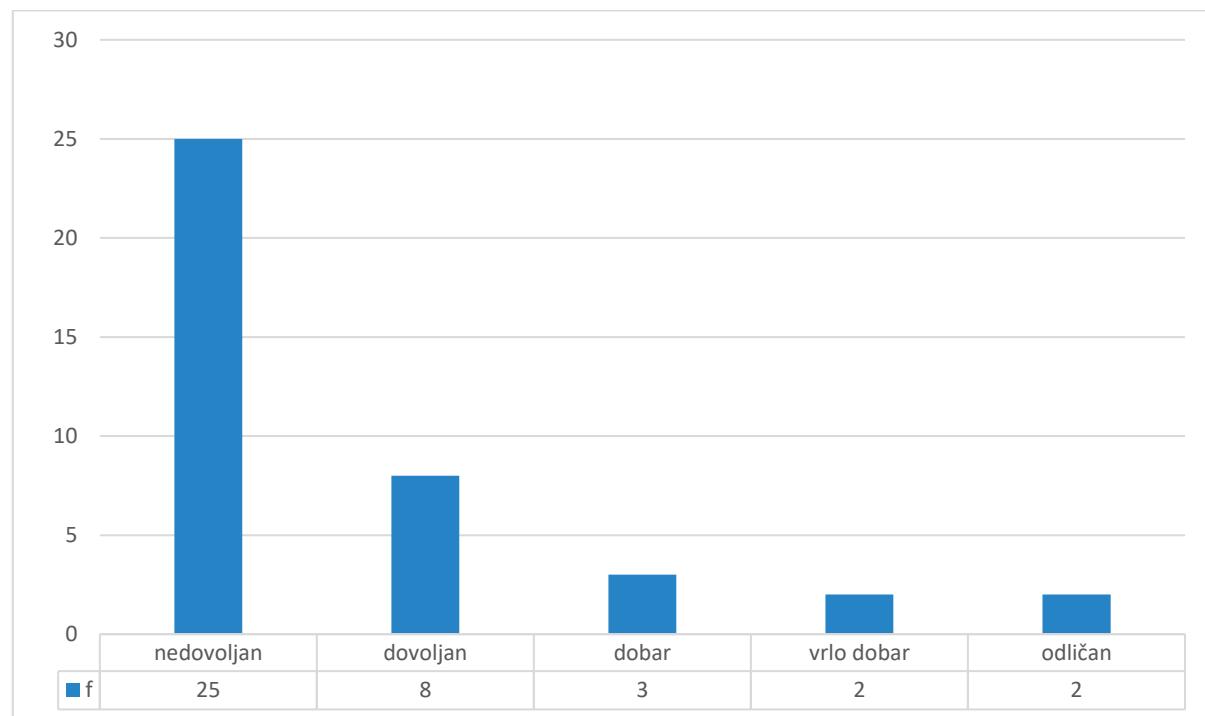
Primjerice, relativna frekvencija za kategoriju *nedovoljan* iznosi 62,5% (tablica 2-6) jer je

$$\%_g = f_g / n \cdot 100 = 25 / 40 \cdot 100 = 62,5 \%$$

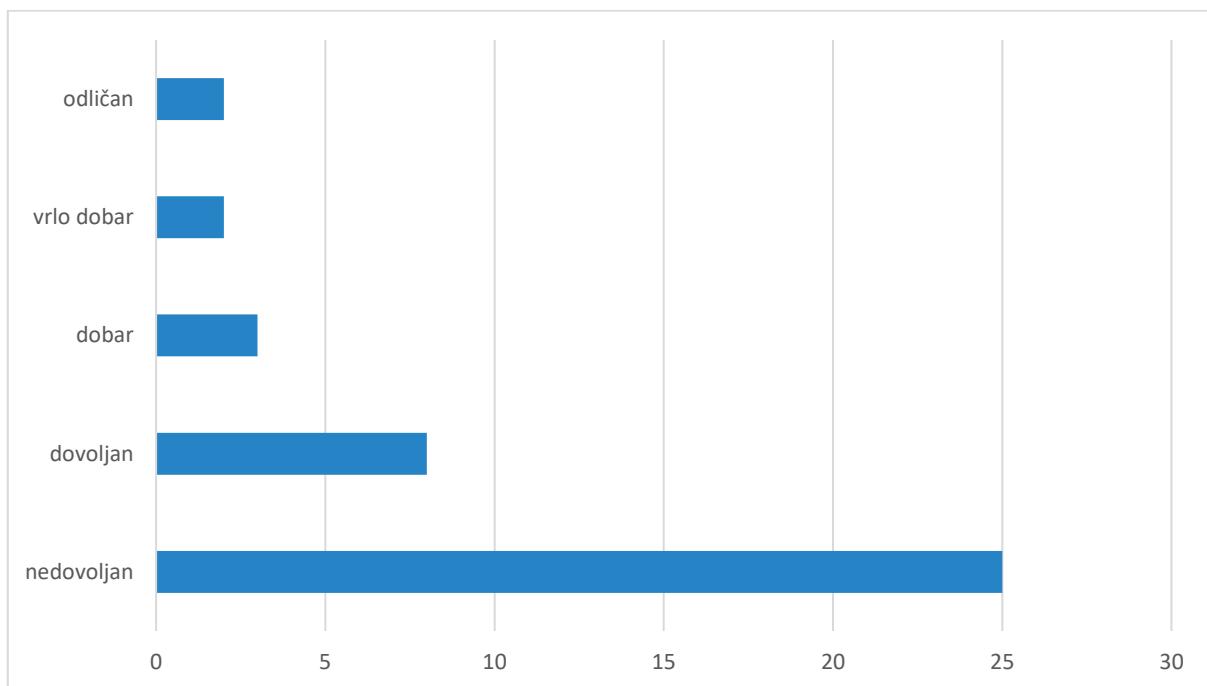
Radi jednostavnijeg uočavanja i zornijeg prikazivanja dobivenih rezultata, često se koriste *grafički prikazi*. Kvalitativni podaci najčešće se prikazuju pomoću *grafikona stupaca*, *grafikona redaka* i *strukturnog kruga*.

Grafikon stupaca je površinski grafikon koji se crta u pravokutnom koordinatnom sustavu. Na osi x nalaze se oblici obilježja (kategorije), a na osi y nalaze se frekvencije. Pravokutnici su jednakih osnovica (širina), a visina im je određena frekvencijom pripadajuće kategorije (slika 2-1).

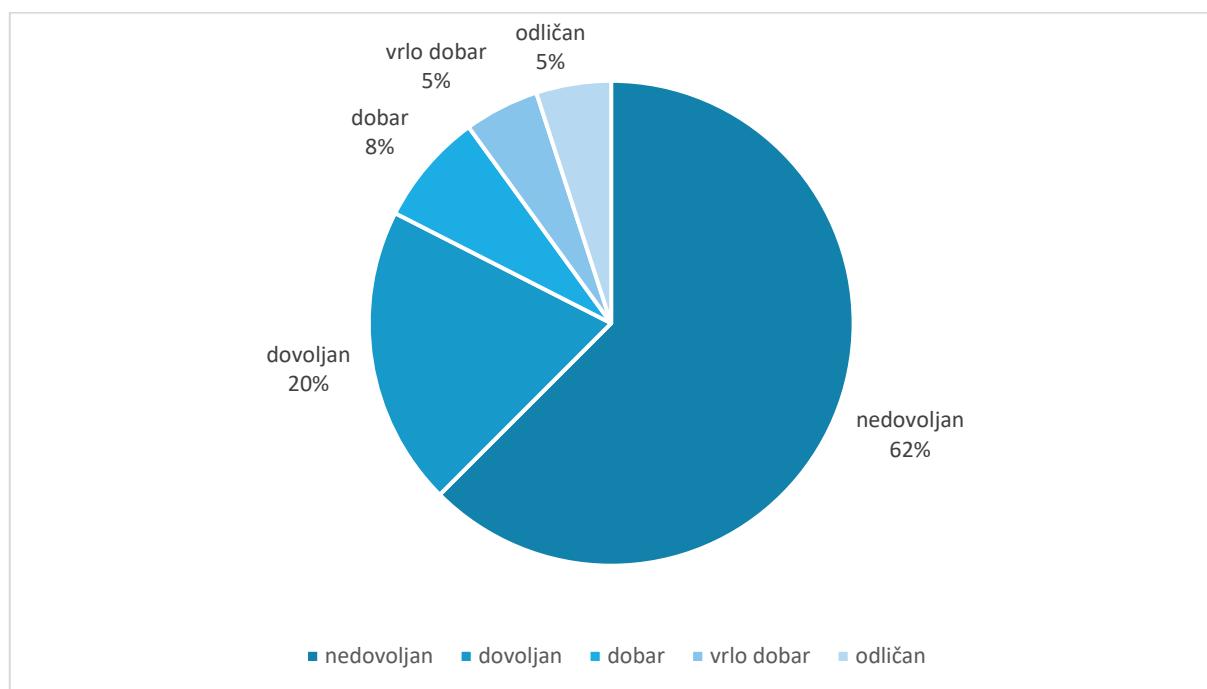
Slika 2-1. Grafikon stupaca



Grafikon redaka je površinski grafikon koji se također crta u pravokutnom koordinatnom sustavu. Na osi y nalaze se oblici obilježja (kategorije), a na osi x nalaze se frekvencije. Pravokutnici su jednakih osnovica (visina), a duljina im je određena pripadajućom frekvencijom (slika 2-2).

Slika 2-2. Grafikon redaka

Strukturni krug najčešće se koristi za prikaz relativnih frekvencija (slika 2-3).

Slika 2-3. Strukturni krug

2.2 Grupiranje i grafičko prikazivanje kvantitativnih podataka

Vrlo jednostavan postupak za sređivanje kvantitativnih podataka predstavlja *sortiranje* ili *rangiranje*. Ako se podaci nižu od najmanje do najveće vrijednosti, onda se takvo sortiranje naziva *uzlazno*, a ako se nižu od najveće do najmanje, onda se naziva *silazno*. Sortiranje omogućava uočavanje najmanje (*minimalne*) vrijednosti i najveće (*maksimalne*) vrijednosti temeljem kojih je moguće izračunati *totalni raspon rezultata*.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

gdje je

- R totalni raspon rezultata
- X_{max} maksimalna vrijednost
- X_{min} minimalna vrijednost.

Veća količina kvantitativnih diskretnih podataka s manjim brojem mogućih vrijednosti najčešće se sređuje postupkom *grupiranja*. Postupak grupiranja provodi se razvrstavanjem entiteta u podskupove prema vrijednostima kvantitativnog obilježja i to tako da jedan podskup čine entiteti s jednom vrijednosti kvantitativnog obilježja. Broj entiteta s jednakom vrijednosti kvantitativnog obilježja predstavlja *frekvenciju grupe*, a uređeni niz kvantitativnih vrijednosti s pripadajućim frekvencijama *distribuciju frekvencija*. Primjerice, tablica 2-7 prikazuje broj osobnih pogrešaka 18 košarkaša na jednoj košarkaškoj utakmici.

Tablica 2-7. Broj osobnih pogrešaka (OP) 17 košarkaša na jednoj košarkaškoj utakmici

ENTITETI	OP
ERJA-M	2
KRST-V	1
MILA-D	4
MILL-M	3
NORI-M	1
NOVO-K	4
SAMA-A	2
SUBO-S	3
VANJ-M	5
VOLO-D	3
VUJI-I	2
BAZD-M	3
BLAS-M	3
GIRI-G	4
KRUN-D	3
MALI-M	3
MAMI-M	2

Nakon uzlaznog sortiranja podataka (tablica 2-8), lako se uočava najmanja (1) i najveća vrijednost (5).

Tablica 2-8. Broj osobnih pogrešaka (OP) 17 košarkaša na jednoj košarkaškoj utakmici nakon uzlaznog sortiranja

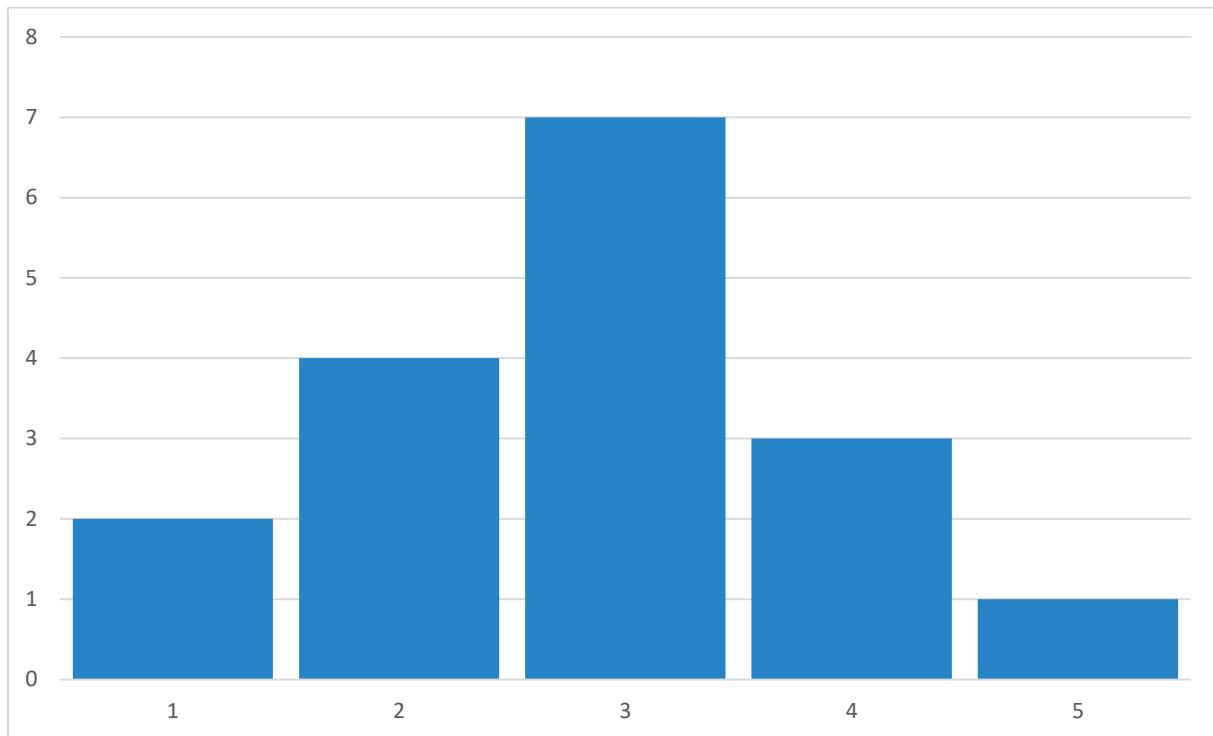
ENTITETI	OP
KRST-V	1
NORI-M	1
MAMI-M	2
ERJA-M	2
SAMA-A	2
VUJI-I	2
MILL-M	3
SUBO-S	3
VOLO-D	3
BAZD-M	3
BLAS-M	3
KRUN-D	3
MALI-M	3
NOVO-K	4
GIRI-G	4
MILA-D	4
VANJ-M	5

S obzirom da diskretna varijabla *osobna pogreška* ima mali broj mogućih vrijednosti (1, 2, 3, 4 i 5), distribucija frekvencija sastojat će se od 5 grupa s pripadajućim frekvencijama (tablica 2-9).

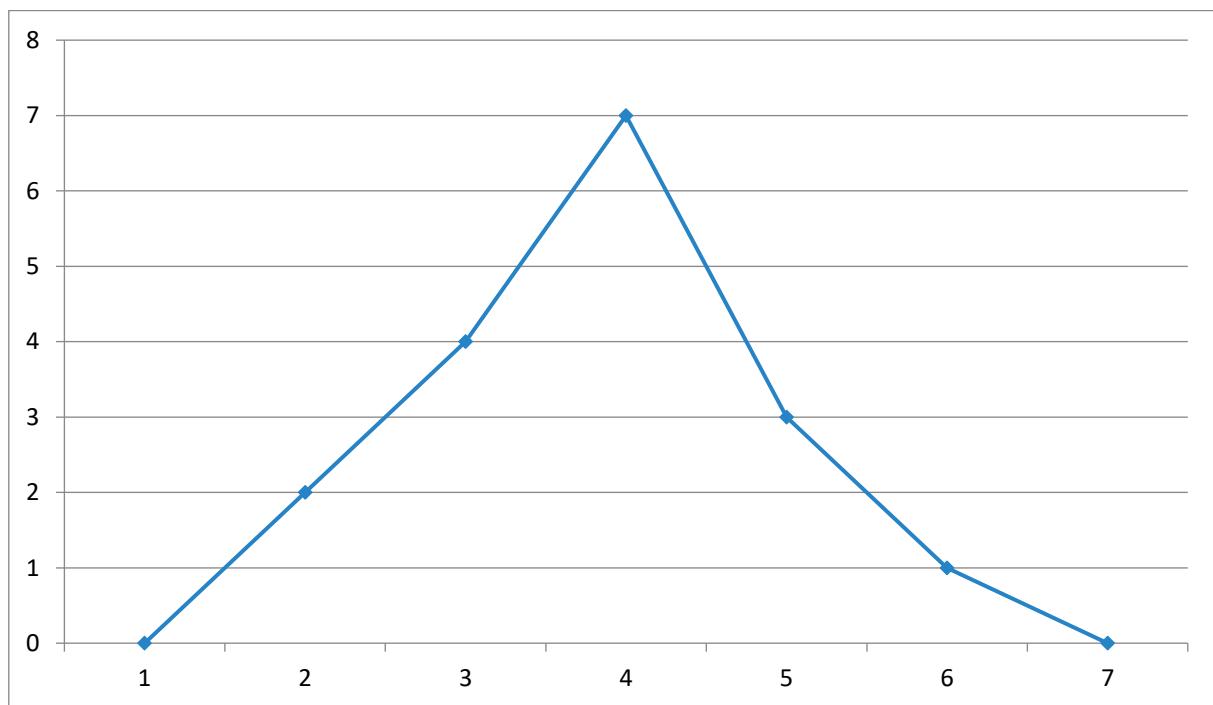
Tablica 2-9. Grupiranje entiteta prema varijabli broj osobnih pogrešaka

Broj osobnih pogrešaka	frekvencija
1	2
2	4
3	7
4	3
5	1
Ukupno	17

Distribuciju frekvencija, prikazanu u tablici 2-9, moguće je grafički prikazati pomoću *histograma* i *poligona frekvencija*.

Slika 2-4. Histogram frekvencija

Histogram frekvencija je površinski grafički prikaz distribucije frekvencija u kojem se numeričke vrijednosti obilježja upisuju na sredini pravokutnika jednakih osnovica čija će visina ovisiti o veličini frekvencije (slika 2-4).

Slika 2-5. Poligon frekvencija

Poligon frekvencija je linijski grafički prikaz distribucije frekvencija koji nastaje spajanjem točaka položaj kojih je u koordinatnom sustavu određen numeričkom vrijednošću obilježja i veličinom frekvencije (slika 2-5).

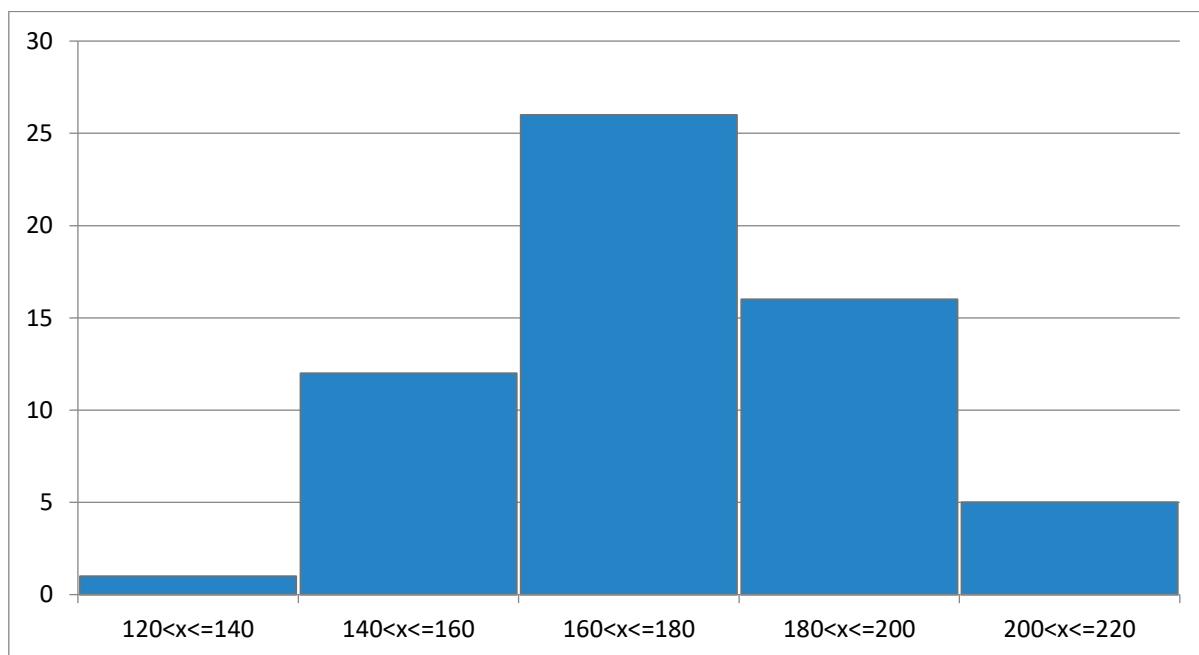
Ako diskretna varijabla ima veliki broj mogućih vrijednosti ili ako se radi o kontinuiranoj varijabli, podaci se grupiraju u manji broj razreda. Za uspješno grupiranje potrebno je odrediti prikladan broj razreda i njihovu veličinu – *interval razreda*. Broj razreda prije svega ovisi o broju entiteta i najčešće se kreće između pet i petnaest. Primjerice, u tablici 2-10 prikazano je grupiranje 60 judeša u 5 razreda u varijabli *skok udalj s mesta*. Vidljivo je da je najveći broj entiteta u trećem razredu (26 ili 43,33 %), odnosno da najveći broj judeša u skoku udalj s mesta postiže vrijednosti koje se nalaze u intervalu između 161 i 180 cm, dok se broj entiteta s boljim i lošijim rezultatima smanjuje.

Tablica 2-10. Apsolutne i relativne frekvencije

Intervali razreda	f	rf (%)
120<x<=140	1	1,67
140<x<=160	12	20,00
160<x<=180	26	43,33
180<x<=200	16	26,67
200<x<=220	5	8,33

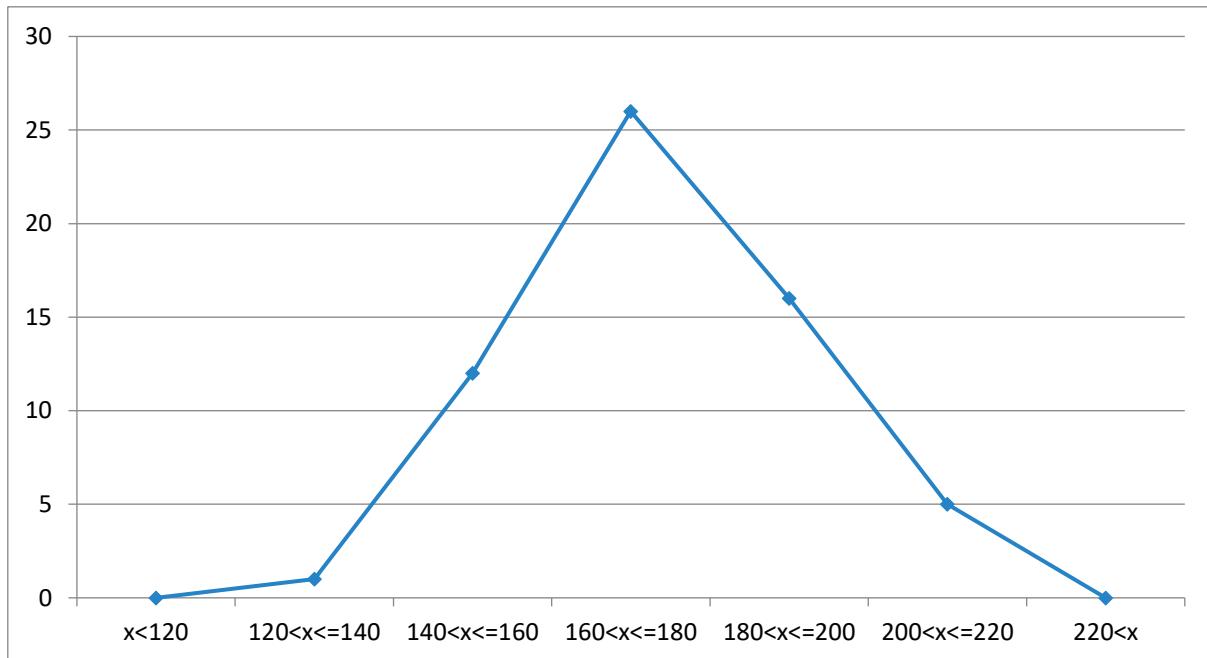
Dobivene frekvencije (apsolutne i relativne) moguće je također grafički prikazati histogramom (slika 2-6) i poligonom frekvencija (slika 2-7). *Histogram frekvencija* crta se tako da osnovicu pravokutnika određuje interval razreda, a visinu frekvencija pojedinog razreda.

Slika 2-6. Histogram frekvencija s razredima



Poligon frekvencija nastaje spajanjem točaka čije su koordinate određene sredinom pojedinog razreda i frekvencijom tog razreda.

Slika 2-7. Poligon frekvencija s razredima

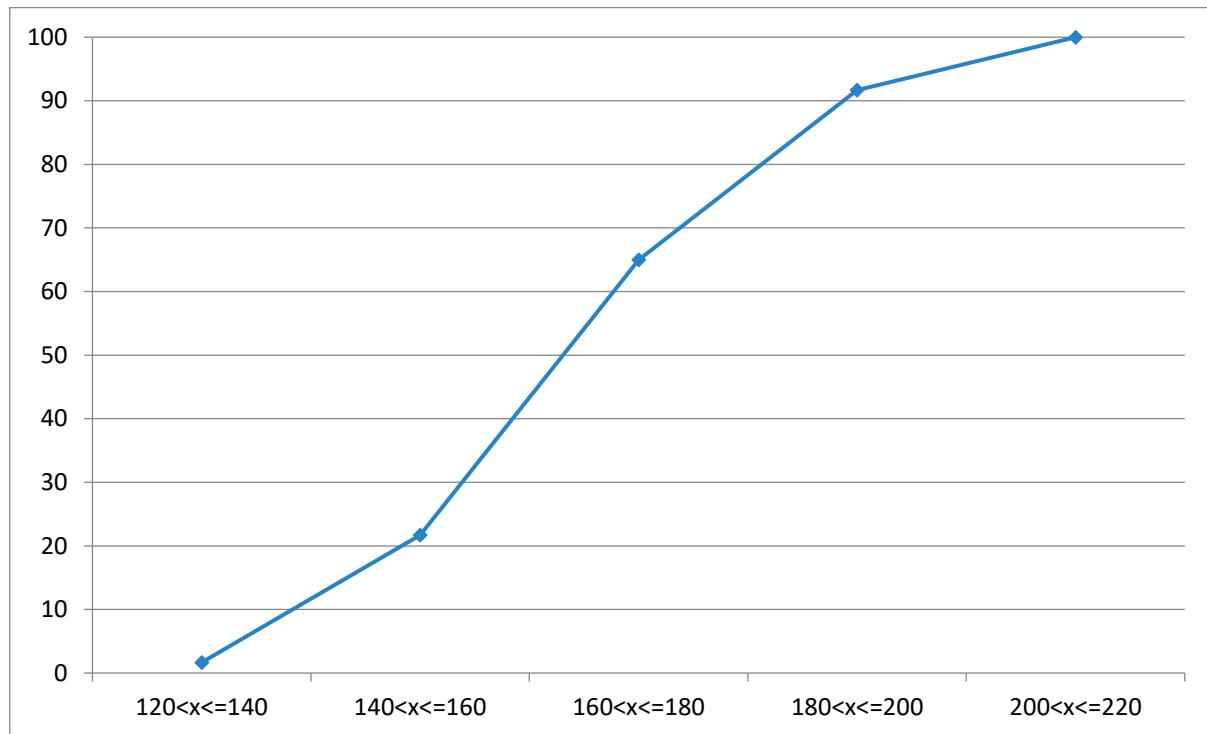


Ako se frekvencije (apsolutne ili relativne) svakog sljedećeg razreda zbrajaju sa sumom frekvencija predhodnih razreda, dobiju se *kumulativne frekvencije* (tablica 2-11).

Tablica 2-11. Apsolutne i relativne kumulativne frekvencije

Intervali razreda	cf	crf (%)
120,000 < x ≤ 140,000	1	1,67
140,000 < x ≤ 160,000	13	21,67
160,000 < x ≤ 180,000	39	65,00
180,000 < x ≤ 200,000	55	91,67
200,000 < x ≤ 220,000	60	100,00

Kumulativne frekvencije pokazuju koliko je entiteta (apsolutno ili relativno) kojima je vrijednost jednaka ili manja od gornje granice razreda čija je frekvencija ušla u kumulativni niz. Primjerice, na temelju tablice 2-11 vidljivo je da je 39 ili 65 % ispitanika skočilo u dalj s mjestom do 180 cm, a 21 ($60-39=21$) ili 35 % ($100-65=35$) više od 180 cm. Kumulativne frekvencije također se prikazuju histogramom ili poligonom frekvencija (slika 2-8).

Slika 2-8. Kumulativni poligon relativnih frekvencija

3 Deskriptivni pokazatelji

Deskriptivni pokazatelji koriste se za opis varijabli, a dijele se na mjere centralne tendencije ili središnje mjere, mjere varijabilnosti ili disperzije te mjere asimetrije i izduženosti distribucije.

3.1 Mjere centralne tendencije ili središnje mjere

Zajedničko obilježje *mjera centralne tendencije* ili *središnjih mjer* jest da svaka od njih predstavlja jednu vrijednost koja bi trebala biti dobra zamjena za skup svih pojedinačnih vrijednosti, odnosno njihov najbolji reprezentant. Dakle, težnja je mjera centralne tendencije da ukažu na vrijednost oko koje postoji tendencija grupiranja rezultata, odnosno ukazuju na rezultat koji ima najveću vjerojatnost pojavljivanja. Postoje nekoliko mjer centralne tendencije koje se razlikuju prema načinu utvrđivanja i mogućnostima primjene. Tako se najčešće razlikuju *potpune* i *položajne* mjeru centralne tendencije. Potpune mjeru centralne tendencije izračunavaju se na temelju svih podataka. To su: *aritmetička sredina*, *geometrijska sredina* i *harmonijska sredina*. Nasuprot njima, *mod* i *medijan* su određeni položajem u uređenom nizu podataka. S obzirom na prirodu varijabli, u kineziološkim istraživanjima najčešće se koriste aritmetička sredina, mod i medijan, dok se ostale mjeru centralne tendencije rijetko primjenjuju.

3.1.1 Aritmetička sredina ili prosječna vrijednost

Aritmetička sredina svakako je najčešće korištena mjeru centralne tendencije. Izračunava se kao omjer zbroja svih vrijednosti neke varijable i ukupnog broja entiteta

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

gdje je $i = 1, \dots, n$, a n predstavlja broj entiteta.

Primjer: 10 entiteta postiglo je sljedeće rezultate u nekom motoričkom testu: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5. Aritmetička sredina je

$$\bar{x} = \frac{1+2+2+3+3+3+3+4+4+5}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

Aritmetička sredina računa se samo za kvantitativne varijable i sljedećih je karakteristika:

- zbroj odstupanja vrijednosti svih pojedinačnih rezultata od aritmetičke sredine jednak je nuli, odnosno aritmetička sredina predstavlja težište rezultata.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

- zbroj kvadriranih odstupanja svih pojedinačnih vrijednosti od aritmetičke sredine je minimalan.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \min$$

- aritmetička sredina uvijek se nalazi između minimalne i maksimalne vrijednosti.

$$x_{\min} \leq \bar{x} \leq x_{\max}$$

S obzirom na to da je aritmetička sredina potpuna mjera centralne tendencije, odnosno da na njenu vrijednost podjednako utječu rezultati svih entiteta, podložna je promjenama pod utjecajem izrazito niskih ili visokih pojedinčnih vrijednosti, što može znatno utjecati na njenu reprezentativnost.

3.1.2 Mod ili dominantna vrijednost

Mod ili dominantna vrijednost je ona vrijednost kvalitativne ili kvantitativne varijable koja se najčešće pojavljuje, odnosno koja je najveće frekvencije. Mod dijeli distribuciju uređenih podataka na rastući i padajući dio. Određivanje modalne vrijednosti kod kvalitativnih i diskretnih kvantitativnih varijabli svodi se na utvrđivanje vrijednosti s najvećom frekvencijom.

Primjer: 10 entiteta je postiglo sljedeće rezultate u nekom motoričkom testu: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5. Mod je jednak $\mu_o = 3$.

Ocjena	f
1	1
2	2
3	4
4	2
5	1

3.1.3 Medijan ili centralna vrijednost

Medijan je vrijednost koja se nalazi na sredini uređenog niza podataka (uzlazno ili silazno sortiranog), odnosno vrijednost koja uređeni niz podataka dijeli na dva jednakobrojna dijela. Medijan je moguće odrediti za negrurpirane i grupirane ordinalne te kvantitativne diskretne i kontinuirane varijable.

Medijan negrurpiranih podataka moguće je odrediti nakon uzlaznog ili silaznog uređenja (sortiranja) podataka. Ako je broj podataka neparan, onda medijan predstavlja vrijednost središnjeg člana tj. entiteta (x_r)

$$\mu_e = x_r \text{ gdje je } r = (n+1)/2$$

Ako je broj podataka paran, onda je medijan jednak aritmetičkoj sredini vrijednosti dvaju središnjih članova uređenog niza.

$$\mu_e = (x_{r1} + x_{r2})/2 \text{ gdje je } r1=n/2, \text{ a } r2=(n/2)+1$$

Primjer: Neka je 15 entiteta (neparan niz) izmjereno nekim testom, a rezultati su uređeni po veličini:

X₁	X₂	X₃	X₄	X₅	X₆	X₇	X₈	X₉	X₁₀	X₁₁	X₁₂	X₁₃	X₁₄	X₁₅
1	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	5	5

Medijan je 8. podatak po redu $\mu_e = x_8 = 3$ jer je $r = (n+1)/2 = (15+1)/2 = 8$

Ako je 16 entiteta (paran niz) izmjereno nekim testom, a rezultati su uređeni po veličini

X₁	X₂	X₃	X₄	X₅	X₆	X₇	X₈	X₉	X₁₀	X₁₁	X₁₂	X₁₃	X₁₄	X₁₅	X₁₆
1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5

onda se medijan odredi kao aritmetička sredina 8. i 9. podatka po redu

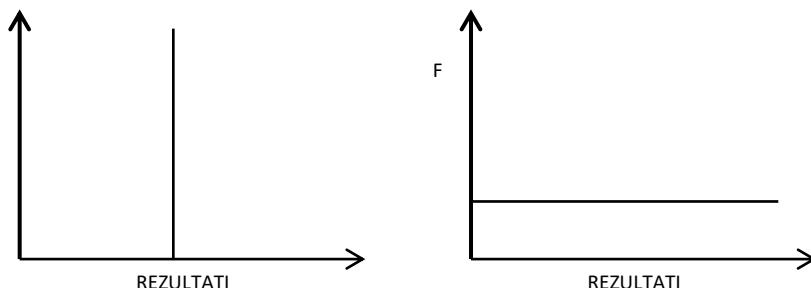
$$\mu_e = (x_8 + x_9)/2 = (3+3)/2=3 \text{ jer je } r1 = n/2=16/2=8, \text{ a } r2 = n/2+1=16/2+1=9$$

Na medijan i mod ne utječu ekstremno visoki ili niski rezultati pa bolje reprezentiraju pozitivno i negativno asimetrično distribuirane varijable.

3.2 Mjere varijabilnosti ili disperzije

Za dobru deskripciju analizirane pojave nije dostatno samo izračunati mjere centralne tendencije. Ako se rezultati entiteta grupiraju oko neke središnje vrijednosti, onda odgovarajuća mjera centralne tendencije može biti dobar reprezentant analiziranih podataka. Ako rezultati malo variraju oko aritmetičke sredine, onda ih ona bolje reprezentira nego kad podaci znatno variraju. Dvije se varijable, koje se ne razlikuju po mjeri centralne tendencije, mogu razlikovati po raspršenosti (disperziji) podataka. Kada bi podaci bili međusobno jednaki, tada ne bi bilo varijabilnosti, a tendencija grupiranja rezultata bila bi maksimalna. Ako bi se pri mjerenu nekog obilježja na nekoj mjernoj skali uvijek dobivale različite vrijednosti, tada ne bi bilo nikakvog grupiranja rezultata, a varijabilnost bi bila maksimalna (slika 3-1).

Slika 3-1. Prikaz dva ekstremna slučaja: 1. nema varijabilnosti (maksimalno grupiranje rezultata); 2. maksimalna varijabilnost (nema grupiranja rezultata)



U stvarnosti se, međutim, takvi ekstremni slučajevi gotovo nikad ne događaju, već se prikupljeni podaci uglavnom, manje ili više, grupiraju oko neke središnje vrijednosti. Grupiranje se može procijeniti *mjerama varijabilnosti ili disperzije*. Za opis disperzije varijabli u kineziološkim istraživanjima najčešće se koriste *totalni raspon*, *interkvartil*, *varijanca* i *standardna devijacija*.

3.2.1 Totalni raspon

Totalni raspon (R_{tot}) je najjednostavnija mjeru varijabilnosti, a utvrđuje se kao razlika između maksimalne (x_{max}) i minimalne (x_{min}) vrijednosti.

$$R_{tot} = X_{max} - X_{min}$$

Totalni raspon se iskazuje u mjernim jedinicama varijable, a s obzirom da zavisi samo od dva podatka (maksimalnog i minimalnog), ekstremni rezultati znatno utječu na njegovu vrijednost. Osim toga, lako je uočiti da se s povećanjem broja entiteta u uzorku obično povećava i totalni raspon jer se povećava vjerojatnost uključivanja entiteta s ekstremnim (maksimalnim i minimalnim) vrijednostima. Stoga je raspon vrlo nesigurna mjeru varijabilnosti.

3.2.2 Varijanca i standardna devijacija

Stupanj raspršenosti moguće je procijeniti i putem odstupanja rezultata entiteta od neke središnje vrijednosti, najčešće aritmetičke sredine. Dakle, potrebno je izračunati odstupanja vrijednosti svakog entiteta u određenoj varijabili od aritmetičke sredine te varijable.

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

Temeljem tih odstupanja (d_i) moguće je izračunati mjeru varijabilnosti jer veća odstupanja ukazuju na veću raspršenost podataka. Iz toga slijedi da je stupanj varijabilnosti podataka moguće iskazati putem aritmetičke sredine izračunatih odstupanja. Međutim, takva bi operacija kao rezultat dala *nulu* jer je aritmetička sredina težište rezultata, odnosno zbroj odstupanja svih pojedinačnih rezultata od aritmetičke sredine jednak je *nuli*.

$$\sum_{i=1}^n d_i = 0$$

Ovaj problem moguće je riješiti kvadriranjem. Na taj način dobiveno prosječno kvadratno odstupanje rezultata entiteta od aritmetičke sredine varijable naziva se *varijanca*.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}$$

S obzirom na to da je varijanca prosječno kvadratno odstupanje, otežano je njezino interpretiranje. Da bi se izračunata mjeru raspršenosti svela na mjernu jedinicu varijable, potrebno je iz varijance izračunati drugi korijen. Tako izračunata mjeru varijabilnosti naziva se *standardna devijacija* (σ).

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}}$$

Želi li se izračunati standardna devijacija nekog uzorka entiteta, temeljem koje se procjenjuje standardna devijacija populacije koje je odabrani uzorak reprezentant, onda se standardna devijacija računa s nazivnikom $n-1$ umjesto n .

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Dakle, ako se želi utvrditi standardna devijacija neke skupine podataka, onda je ispravno izračunati standardnu devijaciju sa n u nazivniku. Ako se želi zaključivati o populaciji iz koje su rezultati odabrani, onda je ispravno računanje standardne devijacije sa $n-1$ u nazivniku.

Primjer: 10 entiteta je postiglo sljedeće rezultate u nekom motoričkom testu. Varijancu i standardnu devijaciju moguće je izračunati ovim postupkom

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	-2	4
2	-1	1
2	-1	1
3	0	0
3	0	0
3	0	0
3	0	0
4	1	1
4	1	1
5	2	4
$\Sigma 30$	$\Sigma 0$	$\Sigma 12$

$$\bar{x} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{12}{10}} = \sqrt{1,2} = 1,095$$

3.2.3 Koeficijent varijabilnosti

Standardna devijacija se iskazuje u mjernim jedinicama promatranog obilježja pa njezina vrijednost ovisi o stupnju varijabilnosti i mjernim jedinicama. Stoga nije moguće izravno uspoređivati standardne devijacije više različitih varijabli. Za usporedbu različitih varijabli koristi se *koeficijent varijabilnosti* (V) koji pokazuje koliki postotak vrijednosti aritmetičke sredine iznosi standardna devijacija, odnosno izračunava se kao omjer standardne devijacije (s) i aritmetičke sredine (x) pomnožen sa 100.

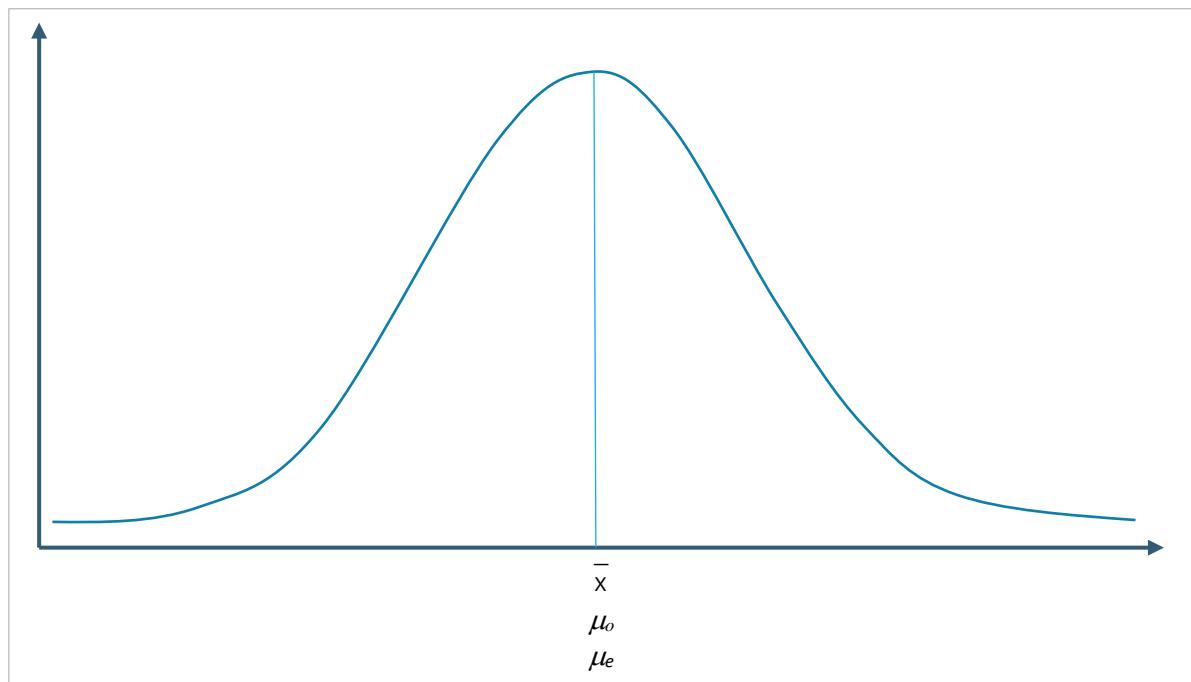
$$V = \frac{s}{x} \cdot 100$$

Koeficijent varijabilnosti pokazuje u kojoj varijabli ista grupa entiteta manje ili više varira te koja grupa manje ili više varira u istoj varijabli.

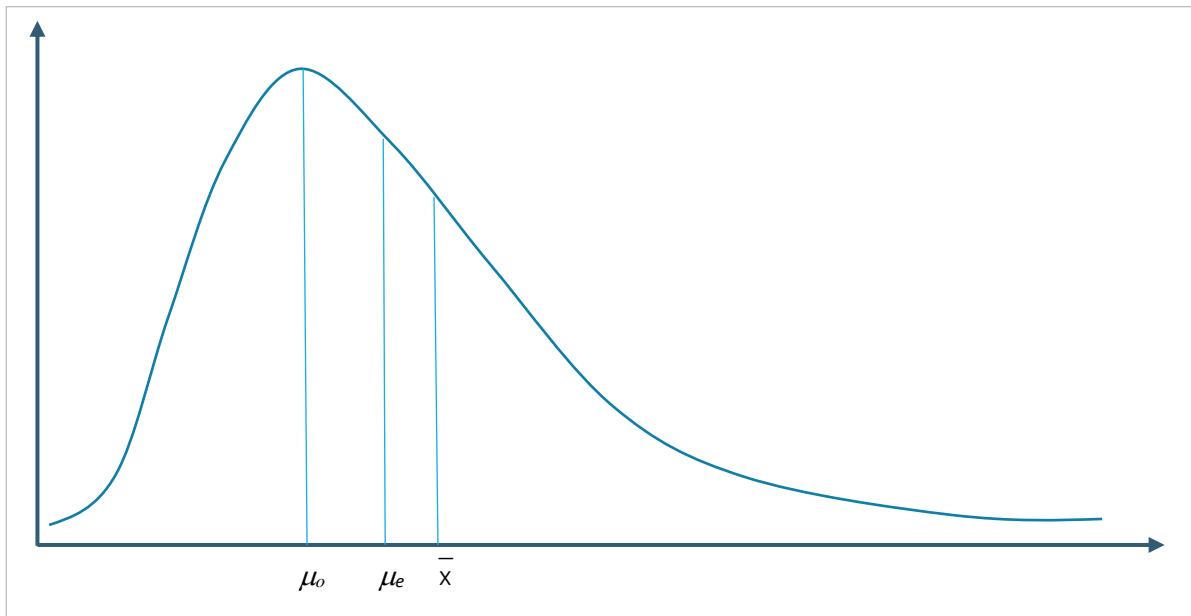
3.3 Mjere asimetrije distribucije (engl. skewness)

Ako su frekvencije rezultata u nekoj varijabli ravnomjerno raspodijeljene lijevo i desno od prosječne vrijednosti, tada se radi o *simetričnoj* distribuciji podataka (slika 3-2). Kod *unimodalne* (distribucija koja ima jednu modalnu vrijednost) simetrične distribucije aritmetička sredina, mod i medijan jednake su vrijednosti. Ako frekvencije rezultata nisu ravnomjerno raspodijeljene lijevo i desno od prosječne vrijednosti, tada se radi o *pozitivno* ili *negativno asimetričnoj* distribuciji podataka.

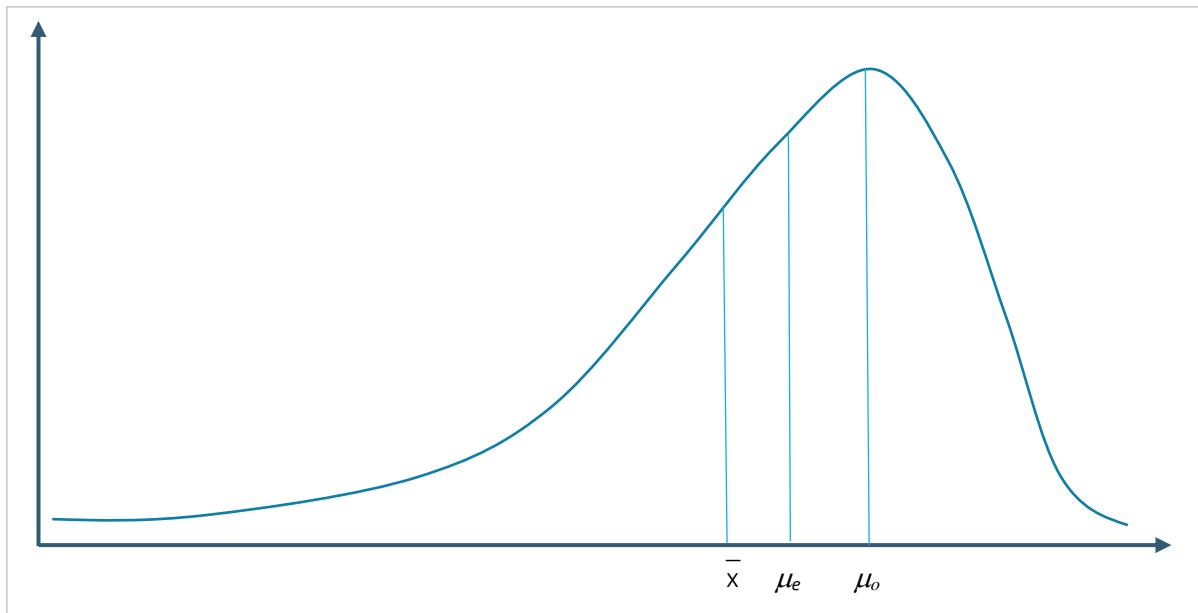
Slika 3-2. Simetrična unimodalna distribucija



Ako se većina entiteta grupirala u zoni nižih vrijednosti s nekolicinom ekstremno visokih vrijednosti, takva se distribucija podataka zove *pozitivno asimetrična* (slika 3-3). Kod pozitivno asimetrične distribucije aritmetička sredina, mod i medijan nisu međusobno jednaki. Najveću vrijednost ima aritmetička sredina, zatim medijan pa mod.

Slika 3-2. Pozitivno asimetrična distribucija rezultata

Kod *negativno asimetrične* distribucije (slika 3-3) grupiranje entiteta je u zoni viših vrijednosti, a manjim brojem entiteta u zoni ekstremno niskih vrijednosti (obrnuto od pozitivno asimetrične distribucije podataka). U negativno asimetričnim distribucijama aritmetička sredina je najmanja, a zatim po veličini slijede medijan i mod ($x < m_e < m_o$).

Slika 3-3. Negativno asimetrična distribucija rezultata

Koeficijent asimetrije se izračunava preko *trećeg momenta oko sredine* (m_3) i standardne devijacije podignute na treću potenciju (σ^3)

$$a_3 = \frac{m_3}{\sigma^3}$$

gdje je $m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n}$ treći moment oko sredine.

Ako je suma pozitivnih odstupanja podignutih na treću potenciju veća od negativne (treća potencija kao neparna ne mijenja predznak), tada će a_3 biti veći od nule, što ukazuje na pozitivno asimetričnu distribuciju, odnosno, ako je a_3 manji od nule, onda se radi o negativnoj asimetriji distribucije jer je suma negativnih odstupanja podignutih na treću potenciju veća od sume pozitivnih. Dakle, o vrijednosti trećeg momenta oko sredine (m_3) ovisi da li će a_3 biti pozitivnog ili negativnog predznaka budući da je standardna devijacija u nazivniku uvijek pozitivna. Ako je a_3 jednak nuli, distribucija je simetrična. Standardnom devijacijom poništava se utjecaj mjerne jedinice varijable, odnosno izračunata vrijednost se standardizira te se tako izračunati koeficijent asimetrije najčešće kreće u intervalu od -2 do +2, a kod izrazito asimetričnih distribucija može biti i izvan tog intervala. Očito je da kod asimetrično distribuiranih podataka aritmetička sredina neće biti najpogodnija mjera centralne tendencije jer ne predstavlja najveći broj entiteta (najvjerojatniji rezultat).

3.4 Mjere izduženosti distribucije (engl. kurtosis)

Distribucija podataka može biti manje ili više izdužena, odnosno spljoštena, što ukazuje na veću homogenost, odnosno heterogenost podataka. Ako je koncentracija frekvencija oko odgovarajuće središnje vrijednosti veća od teoretske normalne distribucije, tada je vrh distribucije viši od vrha normalne distribucije. I obrnuto, što je koncentracija frekvencija oko središnje vrijednosti manja, to je vrh distribucije niži od normalne distribucije. Stupanj spljoštenosti ili izduženosti distribucije izražava se koeficijentom a_4 , a izračunava se preko četvrtog momenta oko sredine (m_4) i standardne devijacije podignite na četvrtu potenciju (σ^4).

$$a_4 = \frac{m_4}{\sigma^4}$$

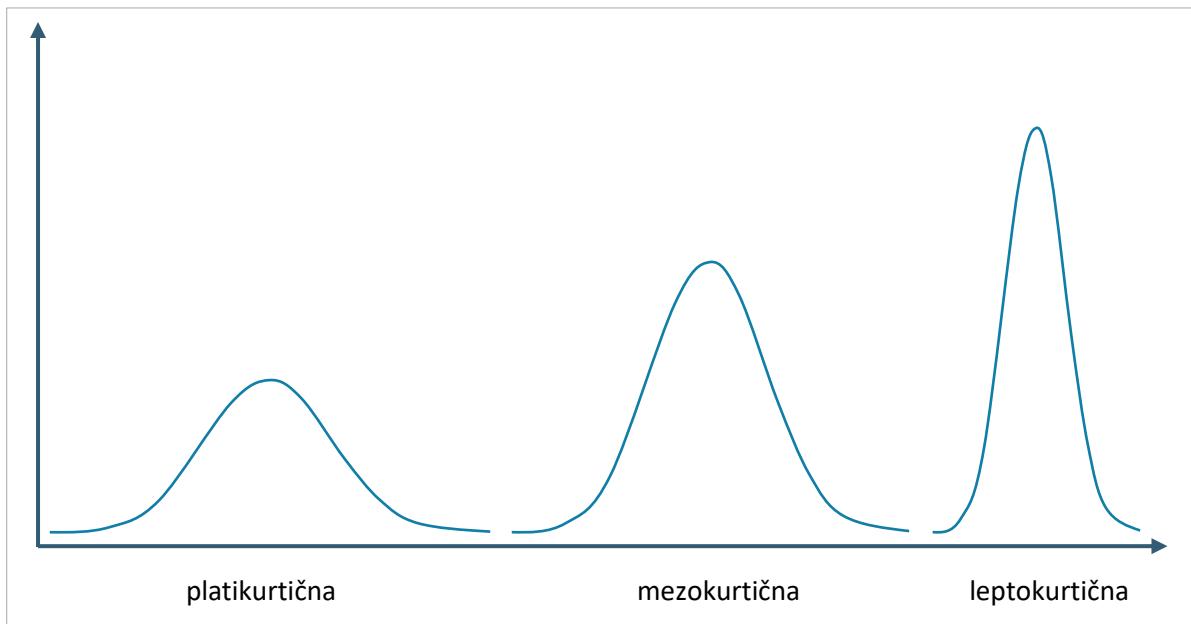
Četvrti moment oko sredine izračuna se formulom

$$m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n}$$

Ako je koeficijent spljoštenosti:

- $a_4=3$ – distribucija je *mezokurtična* – normalna
- $a_4>3$ – distribucija je *leptokurtična* – izdužena
- $a_4<3$ – distribucija je *platikurtična* – spljoštena (slika 3-4).

Slika 3-4. Platikurtična, mezokurtična i leptokurtična distribucija podataka



4 Normalna distribucija

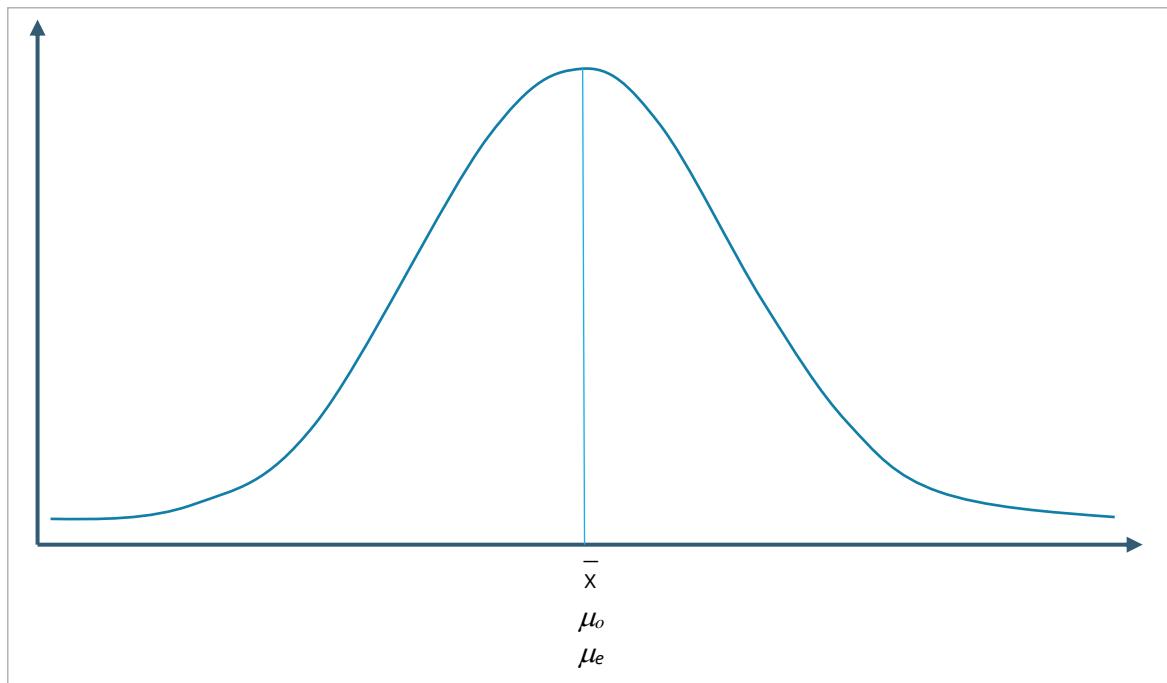
Normalna distribucija sigurno je najvažnija i najčešće korištena kontinuirana teoretska distribucija u statističkim analizama (slika 4-1). Naziva se još i *Gaussovom distribucijom* jer se smatra da ju je Gauss prvi matematički definirao. Za slučajnu kontinuiranu varijablu x kaže se da ima normalnu distribuciju s parametrima μ i σ ako je

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

gdje je

- μ aritmetička sredina
- σ standardna devijacija
- $\pi = 3,14159\dots$
- $e = 2,71828$.

Slika 4-1. Normalna distribucija s parametrima μ i σ .



Ako su vrijednosti izražene u standardiziranom obliku $z = (x - \mu)/\sigma$ onda se formula normalne distribucije svodi na oblik

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

s parametrima $\mu = 0$ i $\sigma=1$. U sportskoj praksi često je važnije utvrditi vjerojatnost postizanja boljeg ili lošijeg rezultata od neke vrijednosti.

Moguće je uočiti da je normalna distribucija zvonastog oblika, unimodalna i zrcalno simetrična u odnosu na aritmetičku sredinu. Aritmetička sredina, modus i medijan su jednaki. Normalna distribucija je definirana aritmetičkom sredinom i standardnom devijacijom. Proteže se u intervalu od $-\infty$ do $+\infty$, a vjerojatnost da se dogodi vrijednost u intervalu:

- od -1σ do $+1\sigma$ je 68,27 %
- od -2σ do $+2\sigma$ je 95,45 %
- od -3σ do $+3\sigma$ je 99,73 %,
- odnosno
- od $-1,96\sigma$ do $+1,96\sigma$ je 95 %
- od $-2,58\sigma$ do $+2,58\sigma$ je 99 %.

5 K-S test normaliteta distribucije

S obzirom na to da primjena parametrijskih statističkih metoda zahtijeva kvantitativne normalno distribuirane varijable, obično se u svakom realnom istraživanju utvrđuje da li empirijske distribucije statistički značajno odstupaju od normalne distribucije. Naime, empirijske distribucije uvijek u nekoj mjeri odstupaju od teoretske normalne distribucije zbog toga što se u istraživanjima koriste uzorci ispitanika koji nikada potpuno ne odražavaju stanje populacije. Stoga se, ovisno o reprezentativnosti uzorka ispitanika, može dogoditi da inače normalno distribuirane varijable u populaciji, manje ili više odstupaju od teoretske normalne distribucije. Takva odstupanja su proizvod slučajnog variranja entiteta u uzorcima i ne smatraju se statistički značajnima. S druge strane, ako su odstupanja neke empirijske distribucije toliko velika da prelaze razinu slučajnih odstupanja, tada se smatraju statistički značajnima. Takva odstupanja nisu posljedica slučajnog variranja entiteta u uzorku, već se radi o varijablama kojih je stvarna distribucija različita od normalne distribucije.

Najčešće korišten postupak za utvrđivanje normaliteta neke empirijske distribucije je Kolmogorov-Smirnovljev test (K-S test). Ovaj statistički postupak temelji se na usporedbi empirijskih relativnih kumulativnih frekvencija (rcf) i teoretskih relativnih kumulativnih frekvencija (trcf). Postupak testiranja normaliteta distribucije pomoću KS-testa prikazat ćemo na sljedećem primjeru.

Primjer: 60 judaša izmjereno je testom skok udalj s mjesta. Potrebno je uz pomoć KS-testa utvrditi odstupa li njihova (empirijska) distribucija statistički značajno od (teoretske) normalne distribucije uz pogrešku od 5%. Testiranje normaliteta empirijske distribucije iz ovog primjera sastoji se od nekoliko koraka.

Tablica 5-1. Testiranje normaliteta distribucije KS-testom

Intervali razreda	f	cf	rcf	z	trcf	D
120<x≤140	1	1	0,0167	-2,21	0,0135	0,0032
140<x≤160	12	13	0,2167	-1,02	0,1531	0,0636
160<x≤180	26	39	0,6500	0,16	0,5648	0,0852
180<x≤200	16	55	0,9167	1,35	0,9114	0,0053
200<x≤220	5	60	1	2,54	0,9944	0,0056

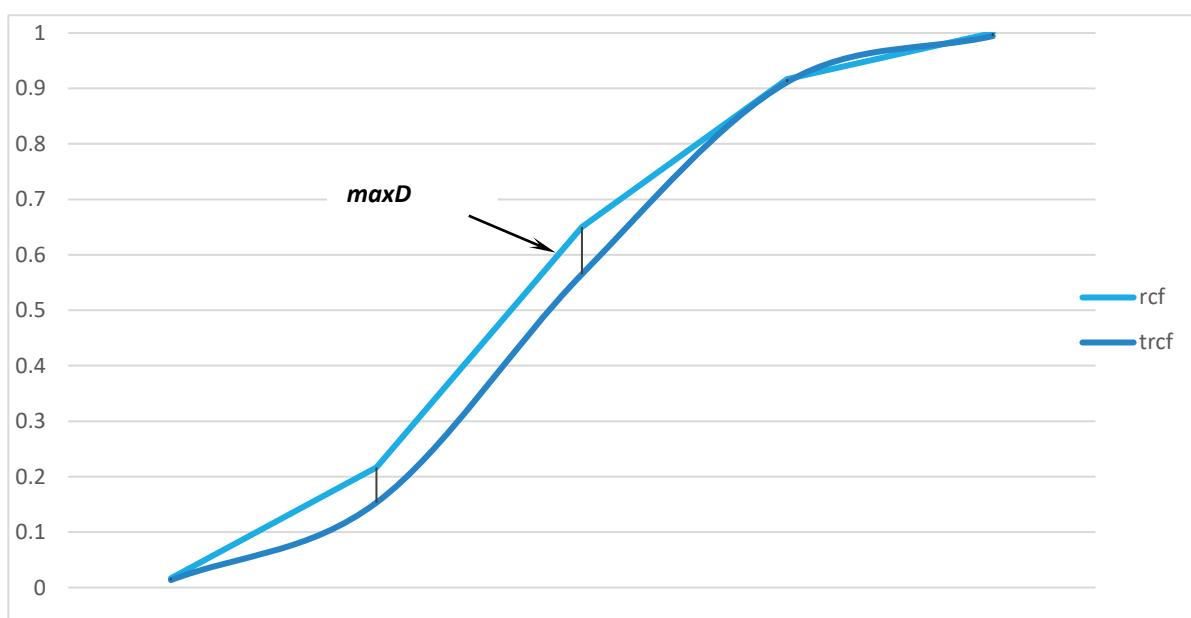
$$\text{KS-test}_{0.05} = 0,172$$

Potrebno je:

- odrediti prikladan broj razreda i njihovu veličinu (interval razreda) te u njih grupirati entitete. U tablici 5-1 prikazano je grupiranje 60 judaša u 5 razreda u varijabli skok udalj s mjesta (stupac-f)

- na temelju grupiranih podataka izračunati empirijske kumulativne (stupac-cf u tablici 5-1) i relativne kumulativne frekvencije (stupac-rcf u tablici 5-1)
- na temelju aritmetičke sredine (177,25) i standardne devijacije (16,86), standardizirati (standardizacija rezultata objašnjena je u sljedećem poglavlju) gornje granice svakog razreda (stupac-z u tablici 5-1)
- uz pomoć tablice površine ispod normalne distribucije (tablica na str. 79) izračunati površinu od lijevog kraja krivulje do određene z-vrijednosti, odnosno izračunati teoretske relativne kumulativne frekvencije (stupac-trcf u tablici 5-1)
- izračunati odstupanja između empirijske i teoretske relativne kumulativne frekvencije (stupac-D u tablici 5-1)
- odrediti najveće odstupanje empirijske i teoretske relativne kumulativne (maxD) frekvencije i usporediti ga s tabličnom vrijednošću KS-testa, određenom za odgovarajući broj entiteta (tablica C, str. 75). Kritična (tablična) vrijednost KS-testa uz pogrešku od 0,05 za 60 entiteta iznosi 0,172. Ako je najveće odstupanje (slika 5-1) između empirijske i teoretske relativne kumulativne frekvencije manje od kritične vrijednosti KS-testa ($\text{maxD} < \text{KS-test}$), zaključujemo da empirijska distribucija ne odstupa statistički značajno od normalne distribucije uz određenu pogrešku. U ovom primjeru vrijednost maxD (0,0852) je manja od kritične vrijednosti KS-testa (0,172), pa zaključujemo da empirijska distribucija ne odstupa statistički značajno od normalne distribucije uz pogrešku od 5%.

Slika 5-1. Poligon empirijskih i teoretskih relativnih kumulativnih frekvencija



Za broj entiteta veći od 100 moguće je kritične vrijednosti KS-testa uz pogrešku od 0,05 i 0,01 računati formulama:

$$KS - test_{0,05} = \frac{1,36}{\sqrt{n}} \quad KS - test_{0,01} = \frac{1,63}{\sqrt{n}}$$

6 Standardizacija podataka (*z* - vrijednost)

Za prikupljanje podataka na nekom uzorku entiteta koriste se različiti mjerni instrumenti, pa su i rezultati izraženi u različitim mjernim jedinicama. Stoga je usporedba vrijednosti entiteta u različitim varijablama znatno otežana. Ovaj problem se rješava postupkom transformacije originalnih vrijednosti neke varijable u tzv. *standardizirane* ili *z-vrijednosti*. Postupak standardizacije provodi se pomoću formule

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

gdje je

- z_i standardizirani rezultat entiteta *i*
- x_i originalna vrijednost ispitanika *i*
- \bar{x} aritmetička sredina
- s standardna devijacija.

Iz navedene formule lako je uočiti da se standardizirana vrijednost izračunava određivanjem odstupanja entiteta od aritmetičke sredine (centriranje rezultata), koje se potom podijeli standardnom devijacijom. Dakle, standardizirana vrijednost je relativna mjera odstupanja svakog entiteta od aritmetičke sredine, izražena u dijelovima standardne devijacije. Praktična primjena transformacije originalnih podataka u *z-vrijednosti* razmotrit će se u sljedećim primjerima.

Primjer: Deset učenika natjecalo se u tri atletske discipline: *skok udalj* (SD), *trčanje na 100 metara* (T100m) i *bacanje kugle* (BK) i postiglo rezultate navedene u tablici 6-1.

Potrebno je utvrditi ukupan poredak učenika na ovom natjecanju. Dakle, problem se svodi na rangiranje većeg broja entiteta opisanih većim brojem varijabli. S obzirom na to da su rezultati učenika u navedenim disciplinama izraženi različitim mjernim jedinicama, nije opravdano kondenzirati rezultate njihovim jednostavnim zbrajanjem, već ih je prethodno potrebno transformirati u *z-vrijednosti*. Cijeli postupak moguće je provesti u nekoliko koraka.

Tablica 6-1. Rezultati 10 učenika u tri atletske discipline

Učenik	SD	T100m	BK
AB	359	13,6	561
DF	321	13,9	550
JG	346	13,7	538
KL	332	14,0	490
DD	450	12,2	518
ED	314	14,1	551
TB	410	12,5	589
ZN	425	12,3	602
RG	369	13,5	547
EN	378	13,8	510

Prvi korak: Izračunati aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju za svaku varijablu (tablica 6-2).

Tablica 6-2. Aritmetičke sredine i standardne devijacije

	SD	T100m	BK
as	370,4	13,36	545,6
sd	45,66	0,73	34,21

Drugi korak: Transformirati originalne podatke u *z-vrijednosti* na temelju izračunatih aritmetičkih sredina i standardnih devijacija. Primjerice, standardizirani rezultat učenika AB u disciplini *skok udalj* (SD) izračuna se prema formuli

$$z_{AB,SD} = \frac{359 - 370,4}{45,66} = \frac{-11,4}{45,66} = -0,25$$

Na isti način transformiraju se rezultati ostalih učenika u sve tri discipline. Rezultati su prikazani u tablici 6-3.

Tablica 6-3. Standardizirani rezultati 10 učenika u tri atletske discipline

Učenik	SD	T100M	BK
AB	-0,25	0,33	0,45
DF	-1,08	0,74	0,13
JG	-0,53	0,46	-0,22
KL	-0,84	0,87	-1,63
DD	1,74	-1,58	-0,81
ED	-1,24	1,01	0,16
TB	0,87	-1,17	1,27
ZN	1,20	-1,44	1,65
RG	-0,03	0,19	0,04
EN	0,17	0,60	-1,04

Treći korak: Prije kondenzacije rezultata (zbrojem ili prosječnom vrijednošću), potrebno je varijable koje su obrnuto skalirane pomnožiti s -1, odnosno promijeniti im predznak. Naime, varijabla *trčanje na 100 metara* (T100m) je obrnuto skalirana, što znači da veća numerička vrijednost predstavlja lošiji rezultat. Stoga tu varijablu treba pomnožiti s -1. Nakon ovog postupka dobiju se rezultati prikazani u tablici 6-4.

Tablica 6-4. Standardizirani rezultati 10 učenika u tri atletske discipline nakon što je varijabla T100M pomnožena sa -1

Učenik	SD	T100M	BK
AB	-0,25	-0,33	0,45
DF	-1,08	-0,74	0,13
JG	-0,53	-0,46	-0,22
KL	-0,84	-0,87	-1,63
DD	1,74	1,58	-0,81
ED	-1,24	-1,01	0,16
TB	0,87	1,17	1,27
ZN	1,20	1,44	1,65
RG	-0,03	-0,19	0,04
EN	0,17	-0,60	-1,04

Četvrti korak: Kondenzirati standardizirane vrijednosti aritmetičkom sredinom, odnosno izračunavanjem prosječne *z-vrijednosti* za svakog učenika u navedenim disciplinama. Primjerice, prosječna *z-vrijednost* učenika AB izračuna se formulom

$$\bar{z}_{AB} = \frac{z_{AB,SD} + z_{AB,T100} + z_{AB,BK}}{3} = \frac{-0,25 + (-0,33) + 0,45}{3} = -0,04$$

Na isti način izračunaju se prosječni rezultati ostalih učenika u sve tri discipline. Rezultati su prikazani u tablici 6-5.

Tablica 6-5. Prosječni standardizirani rezultati 10 učenika u tri atletske discipline

Učenik	\bar{z}
AB	-0,04
DF	-0,56
JG	-0,41
KL	-1,11
DD	0,84
ED	-0,70
TB	1,10
ZN	1,43
RG	-0,06
EN	-0,49

Peti korak: Silazno (od većega k manjem) poredati učenike po izračunatoj prosječnoj z -vrijednosti. Konačan redoslijed učenika prikazan je u tablici 6-6.

Tablica 6-6. Rangirani prosječni standardizirani rezultati 10 učenika u tri atletske discipline

Učenik	Rang	\bar{z}
ZN	1	1,43
TB	2	1,10
DD	3	0,84
AB	4	-0,04
RG	5	-0,06
JG	6	-0,41
EN	7	-0,49
DF	8	-0,56
ED	9	-0,70
KL	10	-1,11

Dakle, najbolji je učenik ZN, zatim slijedi učenik TB pa učenik DD itd. Ovaj postupak u sportu može biti vrlo koristan za provođenje selekcije.

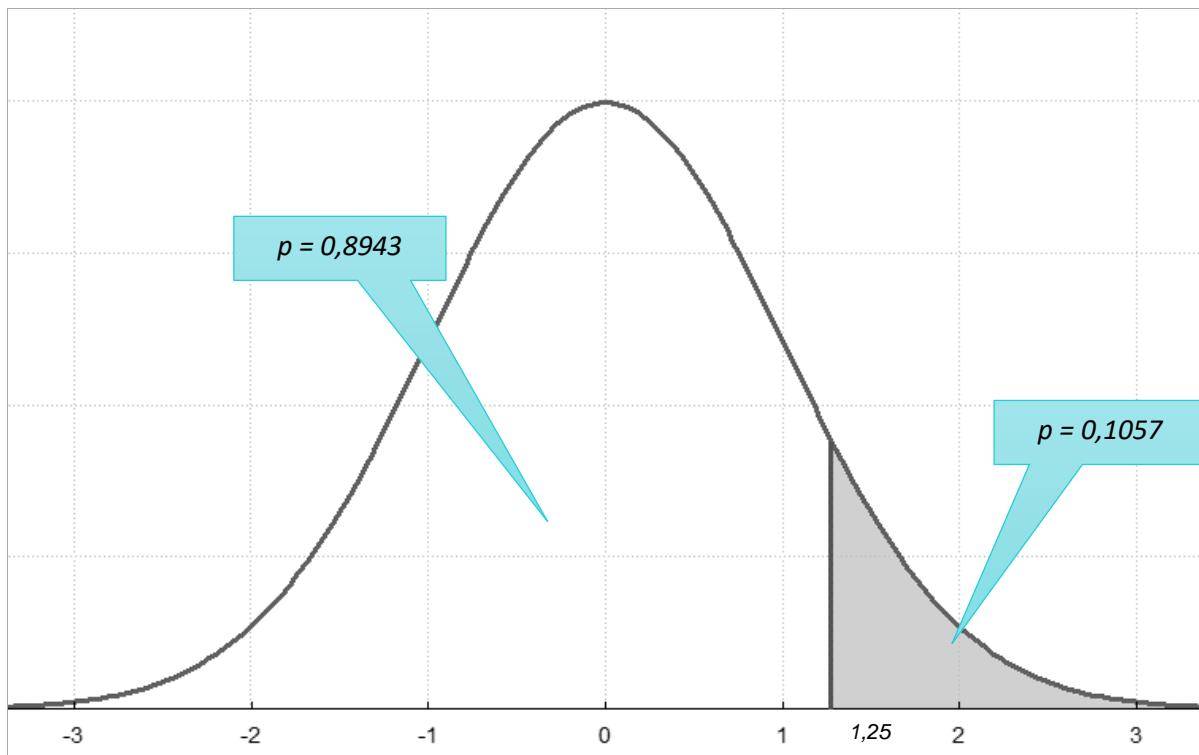
Primjer: Izmjereno je 257 dječaka testom za procjenu eksplozivne snage *skok udalj s mesta*. Aritmetička sredina iznosila je 215 cm, a standardna devijacija 12 cm. Učenik XY postigao je rezultat 230 cm. Potrebno je procijeniti postotak (%) i broj učenika koji su postigli lošiji rezultat od učenika XY.

Prvo je potrebno izračunati z-vrijednost ispitanika XY, a ona iznosi

$$z_{XY} = \frac{230 - 215}{12} = \frac{15}{12} = 1,25$$

Uz pretpostavku da su rezultati normalno distribuirani, moguće je procijeniti vjerojatnost boljeg rezultata uz pomoć tablice A (str. 78). Naime, vjerojatnost da se postigne bolji rezultat od odgovarajuće z-vrijednosti odgovara površini ispod normalne distribucije od zadane z-vrijednosti do desnoga kraja krivulje (slika 6-1).

Slika 6-1. Površina ispod normalne distribucije odgovara vjerojatnosti da neki rezultat bude bolji ili lošiji od zadane z – vrijednosti



Dakle, za vrijednost $z=1,25$ odgovara površina ispod normalne distribucije od $p=0,1057$, ili izraženo u postotku 10,57%, što izražava vjerojatnost da se postigne bolji rezultat od ispitanika XY.

$$z = 1,25 \Rightarrow p = 0,1057 \Rightarrow 10,57\%$$

Vjerojatnost postizanja lošijeg rezultata jednaka je $1-0,1057=0,8943$, odnosno 89,43 %.

Na temelju procijenjene vjerojatnosti može se izračunati broj ispitanika s boljim, odnosno lošijim rezultatom. S obzirom na to da je

$$p = \frac{d}{n}, \text{ odnosno } \% = \frac{d}{n} \cdot 100,$$

gdje je

- p proporcija ($p = 0,1057$)
- d dio cjeline (broj učenika s boljim rezultatom od $z = 1,25$)
- n cjelina (ukupan broj učenika $n = 257$),

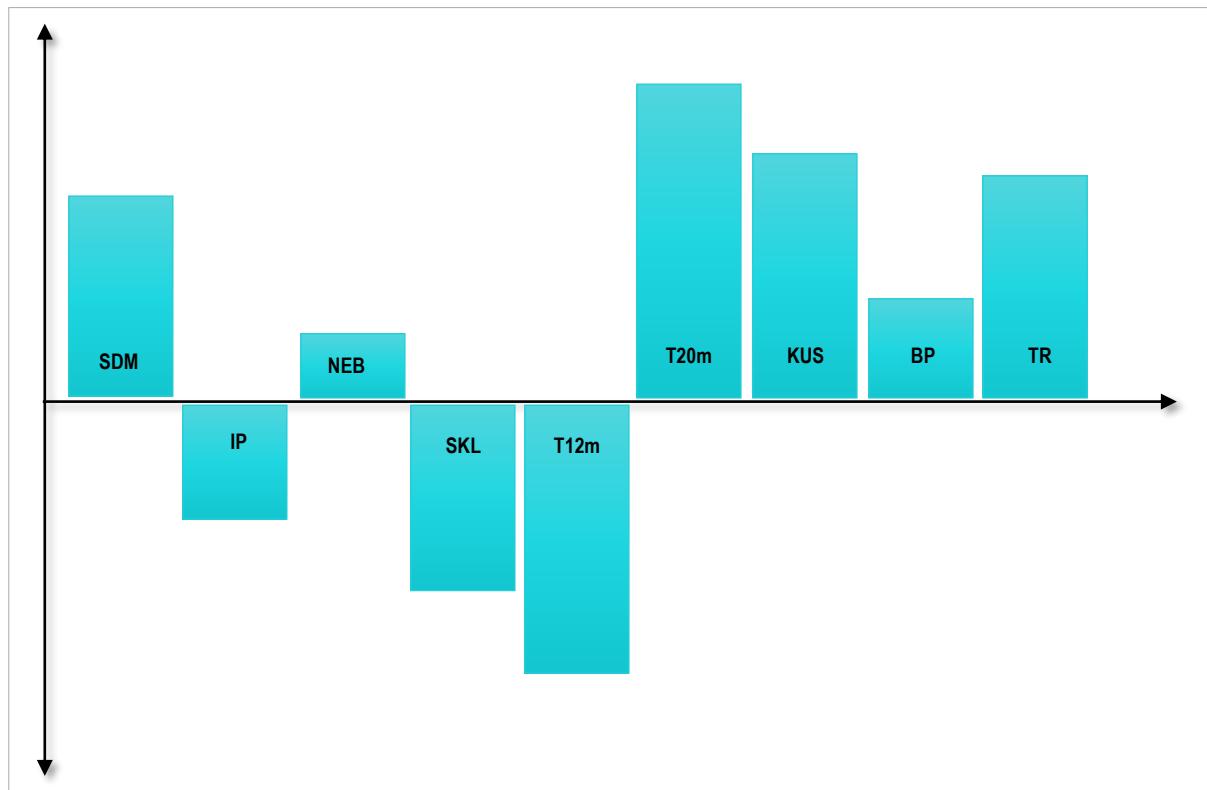
onda je

$$d = p \cdot n = 0,1057 \cdot 257 = 27,16 \approx 27$$

učenika s boljim, odnosno, $257 - 27 = 230$ učenika s lošijim rezultatom.

Praktična korist od standardizacije rezultata ogleda se i u mogućnosti grafičkog prikazivanja rezultata entiteta u većem broju varijabli koje opisuju njegov antropološki profil (slika 8-2).

Slika 6-2. Grafički prikaz profila treniranosti sportaša



Legenda: SDM - skok udalj s mjesta, IP - iskret palicom, NEB – neritmično bubnjanje, SKL – sklektovi, T12min – trčanje 12 minuta, T20m - trčanje 20 m, KUS – koraci u stranu, BP – brzina provlaka, TR – taping rukom.

To omogućava, primjerice, uočavanje stanja činilaca odgovornih za uspješnost u određenoj sportskoj aktivnosti, odnosno određivanje profila stanja treniranosti sportaša (slika 6-2). Na

temelju slike 6-2 može se uočiti u kojim je testovima ispitanik postigao dobre, a u kojima loše rezultate, odnosno na što bi trebalo obratiti pozornost pri programiranju treninga u sljedećem razdoblju.

7 Procjena aritmetičke sredine populacije

Znanstvena istraživanja utemeljena na statističkim metodama uglavnom su usmjerena na analizu reprezentativnih uzoraka izabranih iz neke konačne ili beskonačne populacije. Razlog tome je ili to što nije moguće mjeriti cijelu populaciju (npr. ako nas interesira kakav učinak ima novo cjepivo na neku virusnu bolest) ili u previsokim troškovima (npr. ako nas zanima razvijenost neke motoričke sposobnosti u desetogodišnjaka, onda bi trebalo izmjeriti sve desetogodišnjake, što je vrlo zahtjevno i skupo, a u nekim slučajevima je to i besmisleno, npr. ako testiramo kvalitetu nekog proizvoda koji se testom uništava). Stoga se znanstvena istraživanja provode na uzorcima, a dobiveni zaključci se generaliziraju na populaciju koju odabrani uzorak reprezentira. Pri tome valja naglasiti da rezultati dobiveni na uzorku mogu biti manje ili više različiti od rezultata koje bismo dobili na cijeloj populaciji. Bolja reprezentativnost uzorka očituje se u sigurnijim zaključcima o populaciji, odnosno u pouzdanijoj procjeni populacijskih parametara. Reprezentativnost uzorka osigurava se njegovom veličinom i načinom odabira. Uzorci entiteta mogu se birati na različite načine, što određuje tipove uzorka. Najjednostavnija podjela uzorka je na namjerne i slučajne uzorke. Pod namjernim uzorcima podrazumijevaju se oni uzorci čiji su entiteti birani prema nekom subjektivnom stavu istraživača o reprezentativnosti ili se uzorak formira prema lako ili trenutno dostupnim entitetima (prigodni uzorak), dok kod slučajnih uzorka svi entiteti (iz populacije izbora uzorka) imaju jednaku vjerojatnost izbora. S obzirom da se uzorci biraju radi što bolje reprezentativnosti populacije iz koje su izabrani (jer se zaključci dobiveni na uzorku uz određenu pogrešku generaliziraju na populaciju), lako je uočiti da će pogreška procjene biti manja što je broj entiteta uzorka bliži populaciji i u kome svi entiteti imaju jednaku vjerojatnost izbora.

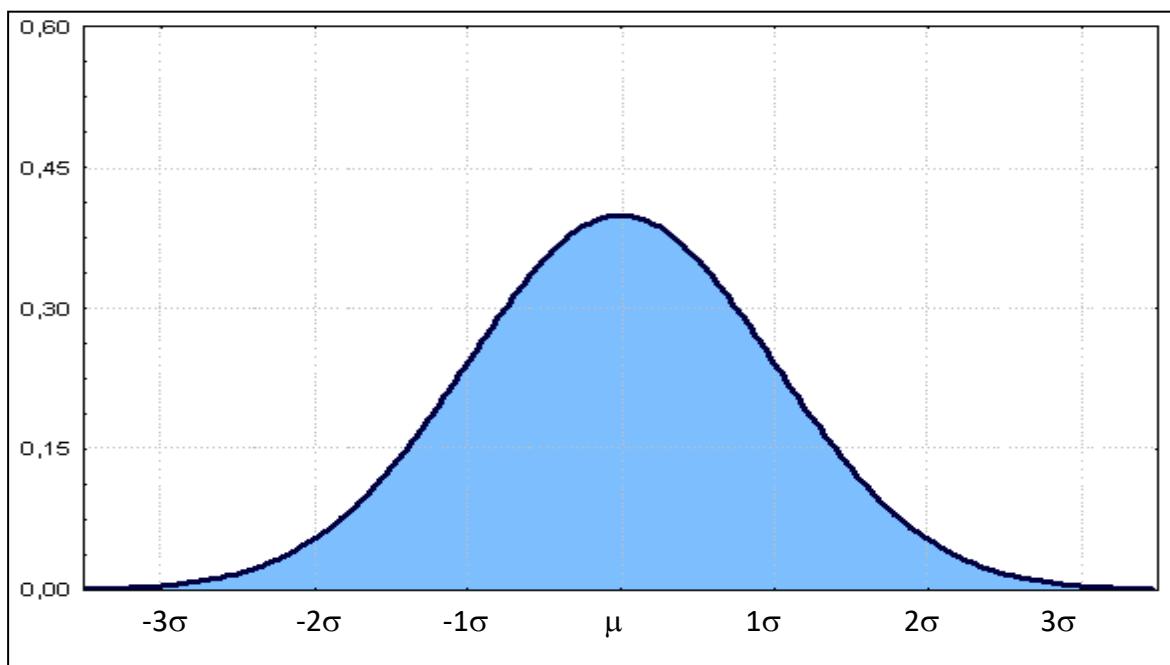
Općenito, neki parametar populacije ϕ (npr. aritmetičke sredine, varijance...) procjenjuje se na temelju istovrsnog parametra izračunatog iz nekog slučajnog uzorka ϕ' . S obzirom na to da je iz neke populacije moguće izabrati puno slučajnih uzoraka, jasno je da se time dobiva i veliki broj parametara ϕ' . Izračunati parametri ϕ' dobiveni na velikom broju uzorka ne moraju biti jednaki parametru populacije ϕ jer su izračunati na dijelu (podskupu) populacije. Parametri izračunati na uzorcima ϕ' ne moraju biti međusobno jednaki jer su izračunati na podacima koji se mogu međusobno razlikovati od uzorka do uzorka. Stoga se postavlja pitanje: kako je moguće procijeniti parametar populacije ϕ ako od svih mogućih uzoraka odabranih iz neke populacije odaberemo jedan?

Ako iz neke populacije od N entiteta odaberemo sve moguće uzorke veličine n ($n < N$) te za svaki uzorak izračunamo parametar ϕ' , dobit ćemo neku distribuciju po kojoj će parametri ϕ' varirati. S obzirom na to da su uzorci birani slučajno, i vrijednosti parametra ϕ' slučajno će varirati, odnosno činit će slučajnu varijablu koja će imati neku distribuciju vjerojatnosti. Distribucija vjerojatnosti prema kojoj varira slučajna varijabla ϕ' naziva se sampling distribucija. S obzirom da sampling distribucija parametra ϕ' odgovara nekoj od teoretskih distribucija vjerojatnosti (Gaussovoj, t-distribuciji, F-distribuciji...), moguće je s određenom vjerojatnošću odrediti interval u kome se nalazi parametar populacije ϕ .

Najjednostavniji slučaj statističkog zaključivanja (ali izuzetno bitan za razumijevanje logike statističkog zaključivanja) jest procjena aritmetičke sredine populacije μ na temelju aritmetičke sredine nekog slučajno odabranog uzorka \bar{x} .

Radi lakšeg predočavanja i razumijevanja navedenog problema, prepostavimo da iz jedne velike i konačne populacije (npr. $N=10000$) izračunamo aritmetičku sredinu (μ) i standardnu devijaciju (σ) neke varijable X koja je normalno distribuirana (slika 7-1).

Slika 7-1. Normalna distribucija pojedinačnih rezultata entiteta neke populacije s parametrima μ i σ



Ako iz te populacije metodom slučajnog odabira (npr. generatorom slučajnih brojeva, koji je implementiran u gotovo sve novije programske proizvode STATISTICA, SPSS i sl.), odaberemo jedan uzorak veličine 5 entiteta ($n=5$), postavlja se pitanje: hoće li aritmetička sredina tog (prvog) uzorka (\bar{x}_1) biti jednaka aritmetičkoj sredini populacije (μ)?

S obzirom na to da su entiteti slučajno odabrani u ovaj uzorak može se pretpostaviti da će aritmetička sredina tog uzorka biti slična aritmetičkoj sredini populacije, a da joj ne mora biti jednaka.

Ako se odabere novi uzorak, postavlja se isto pitanje: hoće li aritmetička sredina tog uzorka (\bar{x}_2) biti jednak aritmetičkoj sredini prvog uzorka (\bar{x}_1), odnosno aritmetičkoj sredini populacije (μ)?

Odgovor će biti sličan prethodnome, dakle, vjerojatno će biti slična, ali ne mora biti ista. Ako se nastavi sa slučajnim izborom uzorka² iste veličine (npr. 10 000 puta) i računanjem njihovih aritmetičkih sredina dobit će se veliki broj aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka veličine 5 entiteta.

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$$

Postavlja se pitanje: kolika će biti aritmetička sredina te varijable (varijable aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzorka veličine 5 entiteta) i kakva će joj biti distribucija?

Kada bismo izračunali aritmetičku sredinu aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka, dobili bismo aritmetičku sredinu populacije (μ), a distribucija bi bila normalna. Valja istaknuti da će distribucija aritmetičkih sredina dovoljno velikih uzoraka ($n > 30$) jednake veličine težiti ka normalnoj distribuciji i u slučajevima kad distribucija populacije nije normalna. (Ova zakonitost poznata je pod imenom centralni granični teorem).

Dakle,

- aritmetička sredina aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka jednake veličine tendirat će aritmetičkoj sredini populacije
- distribucija aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka iste veličine biti će normalna ili Gaussova.

S obzirom na to da je normalna distribucija zadana aritmetičkom sredinom i standardnom devijacijom, postavlja se pitanje procjene standardne devijacije varijable aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka određene veličine. No, prije toga razmotrimo o čemu ona ovisi. Ako nastavimo s izvlačenjem slučajnih uzorka, ali ne više veličine 5 entiteta, već 10, dobit ćemo varijablu aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzorka veličine 10 entiteta.

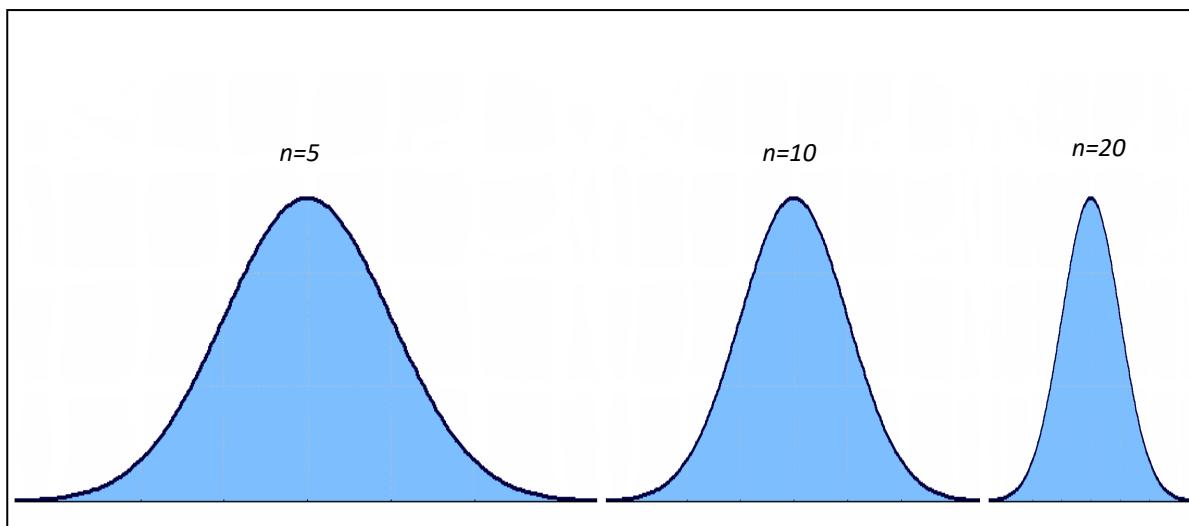
$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$$

²Entiteti se u slučajni uzorak biraju uz povrat, odnosno nakon izbora jednog entiteta zabilježimo njegov rezultat te ga vratimo u populaciju.

Postavlja se pitanje: je li se nešto promijenilo u odnosu na varijablu aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka veličine 5 entiteta? Da li povećanje entiteta u uzorku smanjuje ili povećava vjerojatnost slučajnog odstupanja aritmetičkih sredina uzoraka od aritmetičke sredine populacija ili pak nema nikakvog utjecaja?

Nije teško zaključiti da povećanje veličine uzorka smanjuje vjerojatnost slučajnog odstupanja aritmetičkih sredina uzoraka oko aritmetičke sredine populacije. Dakle, distribucija aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka veličine 10 entiteta u odnosu na distribuciju aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka veličine 5 entiteta bit će uža, odnosno, imat će manju standardnu devijaciju (slika 2.8-2).

*Slika 2.8-2. Distribucija aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka veličine
n1=5, n2=10, n3=20*



Valja zaključiti da će standardna devijacija varijable aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka biti to manja što su uzorci veći. Osim toga, na standardnu devijaciju aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka utječe i varijabilnost istraživane pojave (varijable) u populaciji. Logično je da će standardna devijacija aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka jednake veličine biti manja kod manje varijabilnih populacija nego kod populacija kod kojih istraživana pojave više varira. Međutim, kako na varijabilnost neke pojave u određenoj populaciji ne možemo utjecati, smanjenje standardne devijacije aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka može se postići jedino povećanjem uzorka. Standardna devijacija aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka naziva se standardna pogreška aritmetičke sredine ($\sigma_{\bar{x}}$) i ključna je za procjenu aritmetičke sredine populacije.

Ako je poznata standardna devijacija aritmetičkih sredina slučajno odabranih uzoraka, odnosno standardna pogreška aritmetičke sredine, onda je moguća i procjena aritmetičke

sredine populacije. Naime, ako su aritmetičke sredine slučajno odabranih uzoraka normalno distribuirne, moguće je konstatirati da se u intervalu:

- $\pm 3\sigma_{\bar{x}}$ od aritmetičke sredine populacije nalazi približno 99% svih aritmetičkih sredina uzoraka,
- $\pm 2\sigma_{\bar{x}}$ od aritmetičke sredine populacije nalazi približno 95% svih aritmetičkih sredina uzoraka.

Prema tome, aritmetička sredina populacije nalazit će se u intervalu $\pm 3\sigma_{\bar{x}}$ od bilo koje aritmetičke sredine uzorka s približnom vjerojatnošću od 99%, odnosno u intervalu $\pm 2\sigma_{\bar{x}}$ s približnom vjerojatnošću od 95%.

$$-1,96 \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} - \mu < +1,96 \cdot \sigma_{\bar{x}} ; \text{ za } p = 0,05$$

$$-2,58 \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} - \mu < +2,58 \cdot \sigma_{\bar{x}} ; \text{ za } p = 0,01$$

Dakle, ako je poznata standardna pogreška aritmetičke sredine, tada je moguća procjena intervala u kojemu se s određenom vjerojatnošću nalazi aritmetička sredina populacije. Međutim, standardnu pogrešku aritmetičke sredine nije moguće izračunati na uobičajen način za izračunavanje standardne devijacije jer se u praksi raspolaze samo jednim uzorkom, ali ju je moguće procijeniti formulom

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Iz formule je vidljivo da je veličina standardne pogreške aritmetičke sredine ($\sigma_{\bar{x}}$) proporcionalna varijabilnosti pojave u populaciji (σ) i obrnuto proporcionalna drugom korijenu iz veličine uzorka (n).

S obzirom na to da je standardna devijacija populacije uglavnom nepoznata, standardna pogreška aritmetičke sredine procjenjuje se na temelju procjene standardne devijacije populacije putem standardne devijacije uzorka pa se standardna devijacija računa sa $n-1$ u nazivniku umjesto n . Dakle, standardna devijacija izračuna se formulom

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

pa je procjena standardne pogreške aritmetičke sredine ($s_{\bar{x}}$) jednaka omjeru procjene standardne devijacije populacije putem uzorka (s) i drugog korijena iz veličine uzorka (n).

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Zbog takvog načina procjenjivanja standardne pogreške aritmetičke sredine, sampling distribucija za izraz

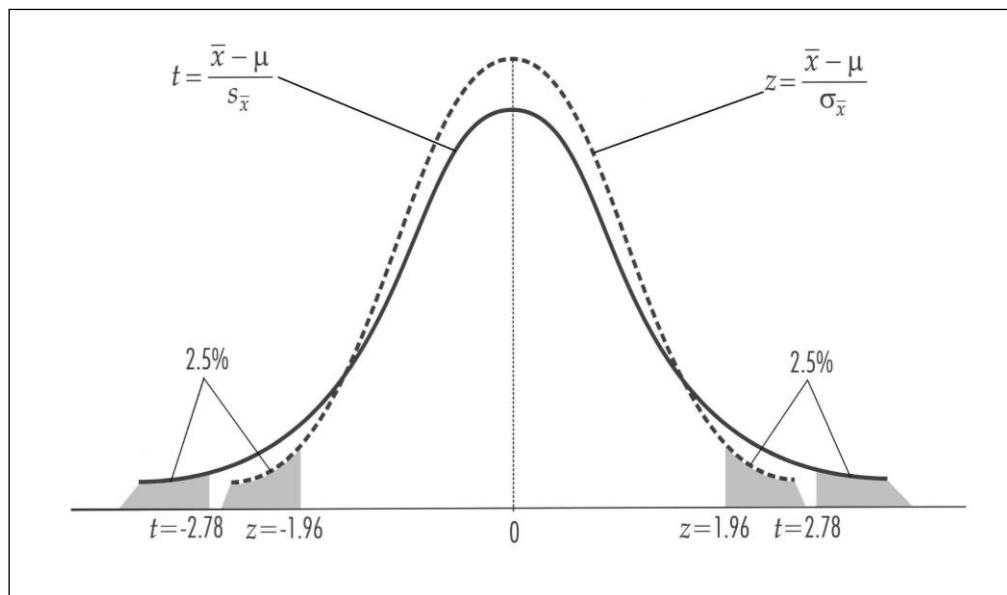
$$\frac{\bar{x}_i - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

neće biti normalna, već Studentova t-distribucija. Studentova t-distribucija teži normalnoj kada broj stupnjeva slobode teži beskonačnom ($df \rightarrow \infty$) pa su i t-vrijednosti za velike uzorke ($n > 30$) vrlo slične vrijednostima normalne distribucije (1,96 za 95%, odnosno 2,58 za 99% pouzdanosti procjene). Stoga kod malih uzoraka ($n < 30$) izraz

$$t_i = \frac{\bar{x}_i - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

(umjesto oznake z koristimo oznaku t) ima oblik Studentove t-distribucije uz broj stupnjeva slobode $df = n - 1$ (slika 7-2).

Slika 7-2. Usporedba normalne i t-distribucije za $df=4$



Interval u kojem se s određenom vjerojatnošću nalazi aritmetička sredina populacije moguće je procijeniti formulom

$$\bar{x} - t_p \cdot s_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + t_p \cdot s_{\bar{x}},$$

gdje je:

- \bar{x} aritmetička sredina uzorka,
- $s_{\bar{x}}$ procjena standardne pogreške aritmetičke sredine,
- t_p vrijednost koja se za pogrešku p (u statističkom zaključivanju najčešće se koristi pogreške 0,01 ili 1%, i 0,05 ili 5%) i određeni broj stupnjeva slobode ($df=n-1$) dobije se na temelju Studentove t-distribucije.

U tablici B str. 74, dane su t-vrijednosti za odgovarajući broj stupnjeva slobode ($df=n-1$) i pogrešku (p).

Primjer: Na slučajno odabranom uzorku veličine 100 entiteta izračunata je aritmetička sredina ($\bar{x} = 180$ cm) i standardna devijacija ($s = 10$ cm). Potrebno je procijeniti interval u kojemu se s vjerojatnošću od 0,95 nalazi aritmetička sredina populacije.

Prvo je potrebno procijeniti standardnu pogrešku aritmetičke sredine

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{100}} = 1\text{cm}$$

Iz tablice B str. 317 odredi se t-vrijednost za $df=n-1=100-1=99$ i pogrešku od 0,05.

$${}_{99}t_{0,05}=1,98$$

Uvrštavanjem dobivenih vrijednosti u formulu za procjenu aritmetičke sredine populacije dobije se

$$\bar{x} - 1,98 \cdot 1 < \mu > \bar{x} + 1,98 \cdot 1,$$

odnosno

$$178,02 < \mu < 181,98$$

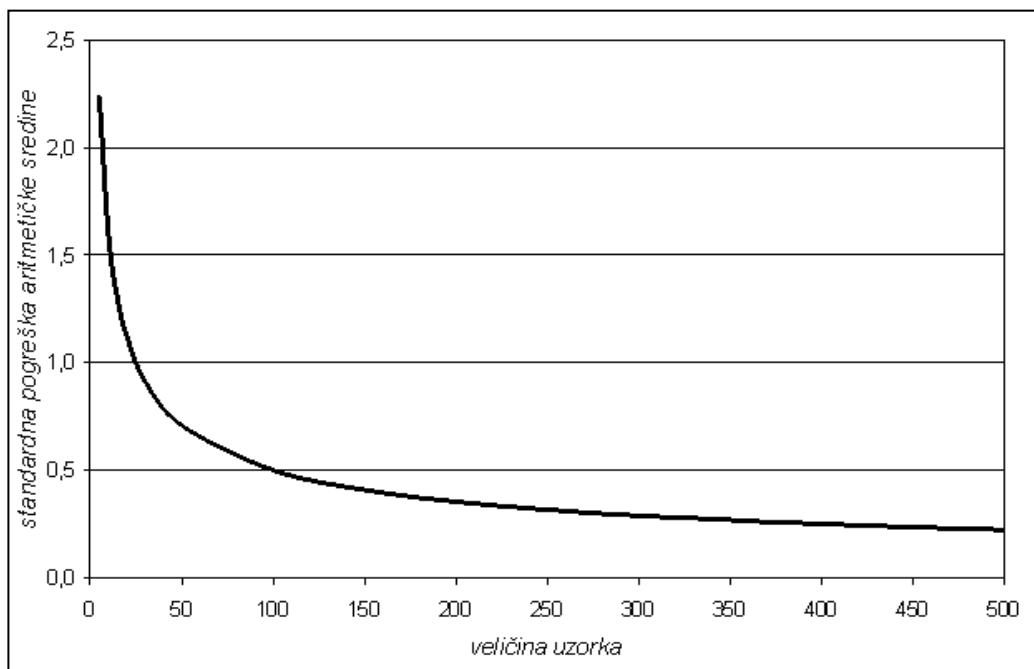
Dakle, moguće je zaključiti da se aritmetička sredina populacije nalazi u intervalu od 178,02 do 181,98 sa sigurnošću od 95%, odnosno uz pogrešku od 5%.

Formula za standardnu pogrešku aritmetičke sredine

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

omogućava procjenu veličine uzorka koja će osigurati zadovoljavajuću reprezentativnost, odnosno razinu pouzdanosti statističke procjene. Iz formule je vidljivo da će procjena aritmetičke sredine populacije na temelju nekog uzorka biti to pouzdanija (standardna pogreška aritmetičke sredine bit će manja) što je varijabilnost pojave (σ) manja i što je broj entiteta u uzorku (n) veći. S obzirom na to da na varijabilnost pojave ne možemo utjecati, povećanje pouzdanosti statističke procjene postižemo povećanjem broja entiteta u uzorku. Povećanjem broja entiteta u uzorku smanjuje se standardna pogreška aritmetičke sredine (slika 7-4), odnosno povećava se pouzdanost statističke procjene. Međutim, iz slike 7-4 vidljivo je da se standardna pogreška aritmetičke sredine ne smanjuje linearno s povećanjem veličine uzorka, već je njezino smanjenje znatno veće pri povećanju broja entiteta kod manjih uzoraka, dok nakon neke veličine povećanje broja entiteta u uzorku nema znatniji utjecaj na njezinu vrijednost. O tome treba voditi računa pri planiranju veličine uzorka u nekom istraživanju, jer se povećanjem uzorka povećavaju troškovi njegove provedbe nesrazmjerno s pouzdanošću statističke procjene.

Slika 7-4. Odnos između standardne pogreške aritmetičke sredine i veličine uzorka pri standardnoj devijaciji populacije $\sigma=10$



8 Korelacija

Promatranjem odnosa između različitih društvenih i prirodnih pojava, moguće je uočiti postojanje stanova povezanosti. Tako, primjerice, možemo uočiti da postoji povezanost između: tjelesne visine i tjelesne mase, školskog uspjeha i razine intelektualnih sposobnosti, godina starosti i krvnog tlaka, aerobnoga kapaciteta i brzine oporavka, maksimalne snage i uspješnosti u bacanju kugle itd.

Ako izmjerimo neku skupinu ispitanika u *skoku udalj s mesta i trčanju na 100 metara*, postavlja se pitanje: postoji li povezanost između tih varijabli?

Ako između njih postoji povezanost, a to znači da na temelju rezultata u jednoj varijabli možemo predviđati rezultate u drugoj varijabli, postavljaju se još dva pitanja:

- je li povezanost pozitivna ili negativna, odnosno, da li povećanje rezultata u jednoj varijabli prati povećanje rezultata u drugoj varijabli (pozitivna) ili smanjenje rezultata (negativna)?
- je li povezanost mala ili velika, odnosno, kolika je?

Odgovore na ta pitanja moguće je dobiti korelacijskom analizom.

Korelacijska analiza pokazuje koliko rezultati u jednoj varijabli objašnjavaju rezultate u drugoj varijabli, odnosno, koliko rezultati dviju varijabli sukladno variraju.

U ovom poglavlju razmotrit će se utvrđivanje odnosa dviju varijabli, premda se može utvrđivati i međusobna povezanost više varijabli (multipla ili višestruka korelacija). Potrebno je naglasiti da se korelacijska analiza provodi na zavisnim uzorcima, odnosno, na istim ispitanicima mjerenima dva ili više puta istim ili različitim mjernim instrumentima.

Začetnikom korelacijske i regresijske analize smatra se engleski antropolog *Francis Galton* koji je istraživao utjecaj naslijeda na razvoj čovjekovih karakteristika. Surađujući s Galtonom, veliki doprinos razvoju statističkih metoda i njihovoj primjeni u analizi bioloških problema dao je *Karl Pearson*. Pearson je razvio brojne statističke postupake, među kojima i *produkt-moment koeficijent korelacije (r)*

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{x_i} z_{y_i})}{n}$$

gdje je

- z_{x_i} standardizirani rezultat ispitanika i u varijabli x
- z_{y_i} standardizirani rezultat ispitanika i u varijabli y

Pearsonov koeficijent korelacijske (r) može se izračunati na različite načine. Jedan od njih je pomoću formule

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n d_{xi} d_{yi}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{xi}^2 \sum_{i=1}^n d_{yi}^2}}$$

gdje je

- $d_{xi} = x_i - \bar{x}$ centrirani rezultat entiteta i u varijabli x
- $d_{yi} = y_i - \bar{y}$ centrirani rezultat entiteta i u varijabli y

Koeficijent korelacijske moguće izračunati iz originalnih rezultata (intaktni realni oblik) formulom:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left(n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \left(n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right)}}$$

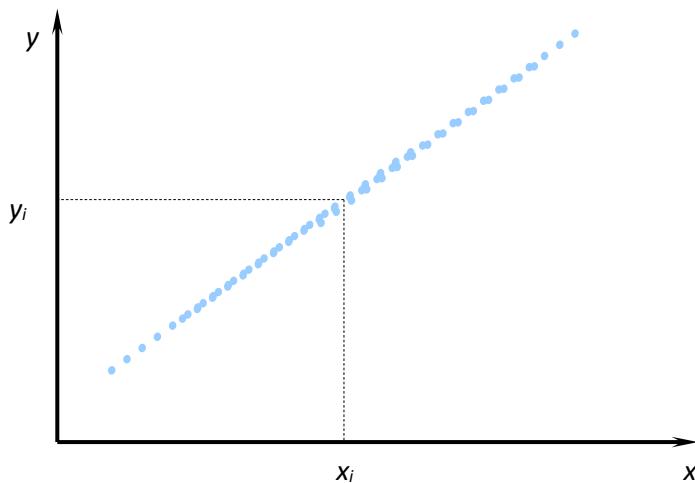
gdje je

- x_i rezultat entiteta i u varijabli x
- y_i rezultat entiteta i u varijabli y
- n broj entiteta.

Koeficijent korelacijske (r) kreće se u intervalu od -1 do $+1$. Ako je:

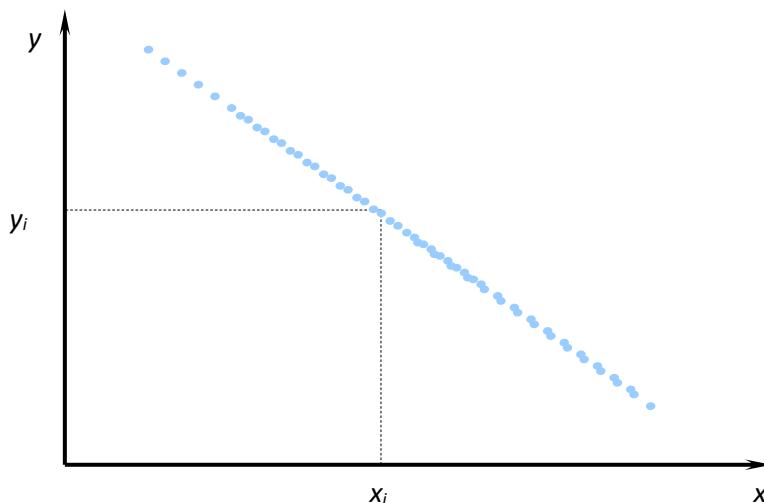
- $r = 0$ – nema korelacijski između dviju varijabli
- $r = +1$ – potpuna pozitivna korelacija
- $r = -1$ – potpuna negativna korelacija
- $0 < r < +1$ – nepotpuna pozitivna korelacija
- $0 > r > -1$ – nepotpuna negativna korelacija.

Korelacijski odnos varijabli može se prikazati dijagramom. Primjerice, na *apscisi* se nalaze rezultati entiteta u varijabli x , a na *ordinati* rezultati entiteta u varijabli y . Na sjecištu pravaca okomitih na osi x i y dobiju se rezultati entiteta u bivarijatnom koordinatnom sustavu (slika 8-1). Rezultat entiteta označava se točkom s koordinatama $T(x_i, y_i)$.

Slika 8-1. Potpuna pozitivna korelacija ($r = +1$)

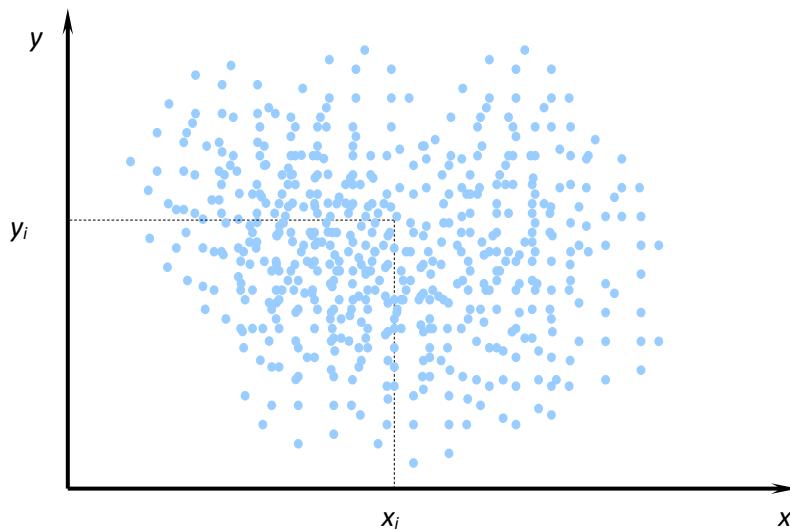
Ako na temelju rezultata nekog ispitanika u jednoj varijabli možemo točno predvidjeti rezultat u drugoj varijabli (slika 8-1), odnosno, ako svako povećanje/smanjenje rezultata u jednoj varijabli prati proporcionalno povećanje/smanjenje rezultata u drugoj varijabli, onda se radi o *potpunoj pozitivnoj korelaciji* ($r=+1$). Dakle, svi ispitanici s određenim iznadprosječnim rezultatom u varijabli x imaju jednakotoliko iznadprosječan rezultat u varijabli y , a svi ispitanici s određenim ispodprosječnim rezultatom u varijabli x imaju jednakotoliko ispodprosječan rezultat u varijabli y .

Ako svako povećanje rezultata u jednoj varijabli prati isto toliko smanjenje rezultata u drugoj varijabli (slika 8-2), odnosno, ako postoji potpuna obrnuta proporcionalna veza dviju varijabli, onda se takva korelacija zove *potpuna negativna korelacija* ($r=-1$). U tom slučaju svi ispitanici s određenim iznadprosječnim rezultatom u varijabli x imaju jednakotoliko ispodprosječan rezultat u varijabli y , a svi ispitanici s određenim ispodprosječnim rezultatom u varijabli x imaju jednakotoliko iznadprosječan rezultat u varijabli y .

Slika 8-2. Potpuna negativna korelacija ($r = -1$)

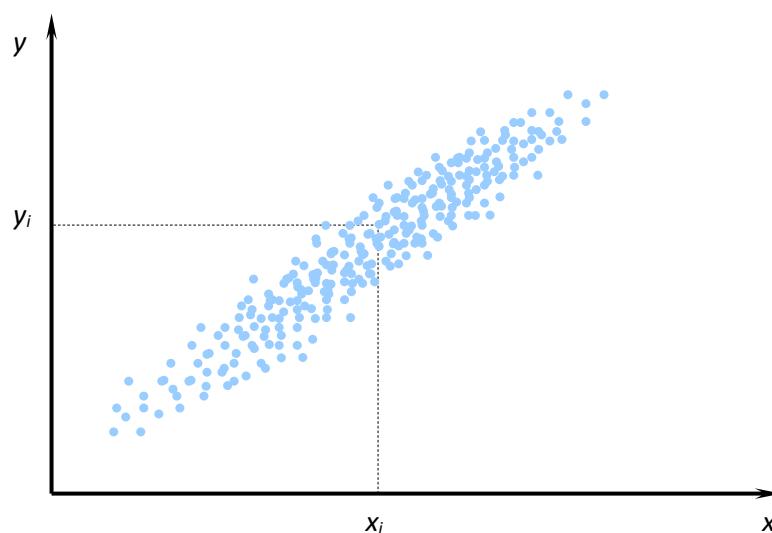
Ako svakom rezultatu u jednoj varijabli može odgovarati bilo kakav (dobar, prosječan, loš) rezultat u drugoj varijabli, onda te dvije varijable nisu u korelaciji ($r=0$). Rezultati jedne varijable kreću se sasvim nezavisno od rezultata druge varijable (slika 8-3), što ukazuje na nepostojanje bilo kakve korelativne veze između promatranih varijabli.

Slika 8-3. Korelacija jednaka nuli ($r = 0$)



Ako većim rezultatima ispitanika u jednoj varijabli najvjerojatnije odgovaraju veći rezultati u drugoj varijabli, odnosno određenom rezultatu u jednoj varijabli ne odgovara samo jedan rezultat u drugoj varijabli već se rezultati kreću u nekom intervalu tada se radi o *nepotpunoj pozitivnoj korelaciji* ($0 < r < +1$).

Slika 8-4. Nepotpuna pozitivna korelacija ($0 < r < +1$)

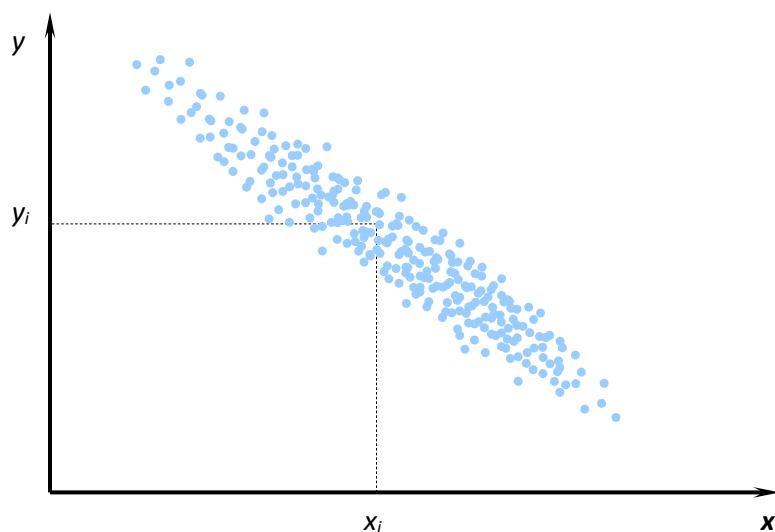


Dakle, na osnovi rezultata ispitanika u jednoj varijabli nije moguće sa 100% sigurnošću tvrditi koliki je njegov rezultat u drugoj varijabli. S određenom vjerojatnošću prepostavljamo da se ispitanikov rezultat kreće u određenom intervalu (slika 9-4). Interval će biti to manji što je

koeficijent korelacijske bliži 1 (elipsoidni oblik točaka tendira k pravcu), odnosno veći što je bliži 0 (elipsoidni oblik točaka tendira ka kružnom obliku). Primjerice, korelacija između visine i težine čovjeka je pozitivna i nepotpuna. To znači da će viši čovjek najvjerojatnije biti teži, ali ne možemo točno prognozirati njegovu tjelesnu težinu samo na temelju tjelesne visine. Ako je neki čovjek visok 185 cm, on je navjerojatnije težak oko 75 kg, ali je poznato da osobe visoke 185 cm mogu biti i teže i lakše od 75 kg. Povezanost svakako postoji, međutim težina ne ovisi isključivo o visini tijela, nego i o drugim karakteristikama (potkožno masno tkivo, mišićna masa itd.).

Sve što je rečeno za nepotpunu pozitivnu korelaciju, važi i za nepotpunu negativnu, osim što je odnos između varijabli obrnuto proporcionalan (slika 8-5).

Slika 8-5. Nepotpuna negativna korelacija ($0 > r > -1$)



Radi lakše interpretacije korelacijske često se koristi *koeficijent determinacije*. On predstavlja proporciju zajedničkog varijabiliteta dviju varijabli, a izračuna se $\Delta = r^2$.

Koeficijent determinacije pomnožen sa 100 daje postotak kojim se može predviđati rezultat u jednoj varijabli ako nam je poznat rezultat u drugoj varijabli. Tako npr., korelacija od 0,66 i iz nje izведен koeficijent determinacije pomnožen sa 100 ukazuje na to da uspješnost predviđanja rezultata na jednom testu na osnovi rezultata u drugom testu iznosi 43%.

8.1 Testiranje značajnosti koeficijenta korelacijske

Koeficijent korelacijske dviju varijabli najčešće se izračunava na uzorku ispitanika koji je izvučen iz određene populacije, pa se postavlja pitanje je li dobiveni koeficijent korelacijske uistinu tolik i u populaciji. S ciljem da se uz određenu grešku zaključivanja dobiju informacije o povezanosti dviju varijabli u populaciji, utvrđuje se statistička značajnost koeficijenta korelacijske dobivenog na uzorku. U tu svrhu postavljamo hipoteze:

- $H_0 : r = 0$ - korelacija nije statistički značajna uz pogrešku p
- $H_1 : r \neq 0$ - korelacija je statistički značajna uz pogrešku p

Statistička značajnost koeficijenta korelacije osobito je važno jer ukazuje na ovisnost koeficijenta korelacije o veličini uzorka iz kojega je izračunat. Test značajnosti utemeljen je na pretpostavci da je svaka od dviju varijabli normalno distribuirana te da njihova zajednička, bivarijatna distribucija odgovara normalnoj. Koeficijent korelacije testira se po sljedećoj formuli

$$t = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

gdje je:

- t vrijednost testa koja se distribuira kao Studentova t-distribucija
- r koeficijent korelacije
- n broj entiteta.

Iz formule je vidljivo da t-vrijednost ovisi o broju ispitanika i veličini koeficijenta korelacije. Vrijednost t je veća što je stupanj povezanosti među varijablama jači i što je broj entiteta u uzorku veći. T-vrijednost se distribuira kao Studentova t-distribucija.

Izračunata t-vrijednost usporedi se s kritičnom t-vrijednošću koja se očita iz tablice za određeni broj stupnjeva slobode ($df=n-2$) i odabranu pogrešku ($p=0,05$ ili $p=0,01$).

Ako je izračunata t-vrijednost veća od tablične t-vrijednosti, odbacuje se nulta hipoteza i zaključuje da je koeficijent korelacije statistički značajan, uz mogućnost pogreške od 0,05 ili 0,01, i to stoga jer je vjerojatnost da će se toliki koeficijent korelacije dobiti slučajno (kad korelacija u populaciji ne postoji) manja od 0,01 i 0,05.

$$t > t_{\alpha/2} \Rightarrow H_1: r \neq 0 \text{ -- korelacija je statistički značajna uz pogrešku } p.$$

Ako je izračunata t-vrijednost manja od tablične t-vrijednosti, prihvata se nulta hipoteza i zaključuje da koeficijent korelacije nije statistički značajan. To, naravno, ne znači da korelacija u populaciji mora biti nula, već se ne može s 99% ili 95% sigurnosti tvrditi da je različita od nule.

$$t < t_{\alpha/2} \Rightarrow H_0: r = 0 \text{ -- korelacija nije statistički značajna uz pogrešku } p.$$

9 Deskriptivna analiza promjena

Deskriptivna analiza promjena predstavlja skup postupaka za analizu grupnih ili individualnih promjena putem deskriptivnih statističkih parametara. *Grupne promjene* podrazumijevaju razlike u razini jedne ili više karakteristika grupe entiteta u dvije ili više vremenskih točaka, dok *individualne promjene* podrazumijevaju razlike u razini jedne ili više karakteristika jednog entiteta u dvije ili više vremenskih točaka.

9.1 Deskriptivna analiza grupnih promjena

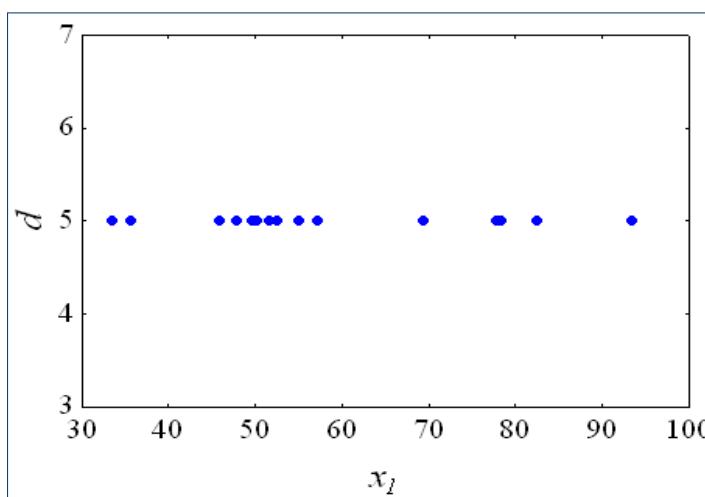
Na nekoj grupi polaznika fitnes centra primjenjen je tromjesečni program za povećanje mišićne mase. Korisnicima programa je izmjerena tjelesna masa prije početka programa (x_1) i po završetku provođenja programa (x_2) te je za svakog ispitanika izračunata razlika između inicijalnog i finalnog stanja tjelesne mase (d). Izračunati su sljedeći deskriptivni parametri:

- aritmetička sredina (\bar{x})
- standardna devijacija (s)
- minimum (min)
- maksimum (max)
- totalni raspon (R)
- korelacija varijabli inicijalnog i finalnog stanja ($r_{x1,x2}$)
- korelacija varijabli inicijalnog stanja i promjene stanja ($r_{x1,d}$).

Primjer 1: Tjelesna masa svakog od sudionika programa povećala se za 5 kilograma. Program je bio primjeren za povećanje tjelesne mase svih ispitanika.

x_1	x_2	d
82,61	87,61	5,00
93,51	98,51	5,00
78,46	83,46	5,00
55,14	60,14	5,00
49,65	54,65	5,00
45,82	50,82	5,00
50,21	55,21	5,00
51,65	56,65	5,00
69,45	74,45	5,00
57,32	62,32	5,00
35,62	40,62	5,00
47,95	52,95	5,00
33,65	38,65	5,00
52,69	57,69	5,00
77,95	82,95	5,00

	\bar{x}	s	min	max	R	$r_{x1,x2}$	$r_{x1,d}$
x_1	58,77	17,63	33,65	93,51	59,86	1	0
x_2	63,77	17,63	38,65	98,51	59,86		
d	5	0	5	5	0		

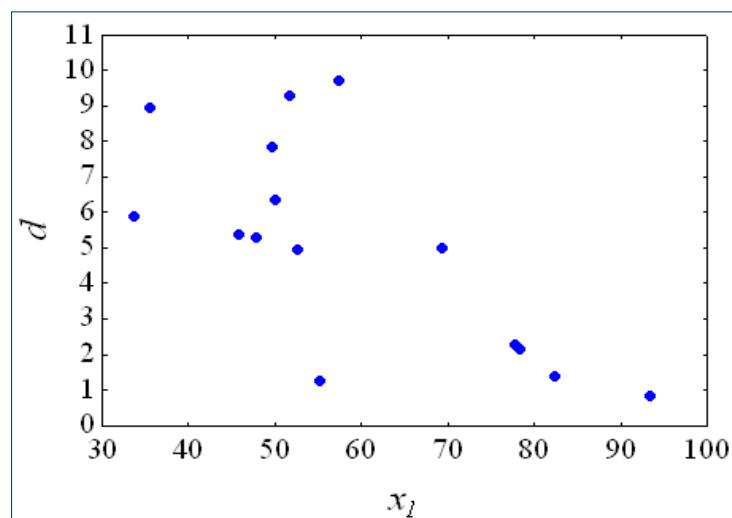


Odnos inicijalnog stanja subjekta (x_1) i učinka programa (d) prikazan putem korelacijskog dijagrama

Primjer 2: Tjelesna masa sudionika programa u prosjeku se povećala za 5,08 kilograma. Program je imao veći učinak na povećanje tjelesne mase ispitanika manje početne tjelesne mase.

x_1	x_2	d
82,61	83,98	1,37
93,51	94,31	0,80
78,46	80,62	2,16
55,14	56,36	1,22
49,65	57,47	7,82
45,82	51,19	5,37
50,21	56,54	6,33
51,65	60,91	9,26
69,45	74,45	5,00
57,32	67,00	9,68
35,62	44,56	8,94
47,95	53,24	5,29
33,65	39,51	5,86
52,69	57,64	4,95
77,95	80,21	2,26

	\bar{x}	s	min	max	R	r_{x_1,x_2}	$r_{x_1,d}$
x_1	58,77	17,63	33,65	93,51	59,86	0,99	-0,7
x_2	63,86	15,67	39,51	94,31	54,80		
d	5,08	3,01	0,80	9,68	8,88		

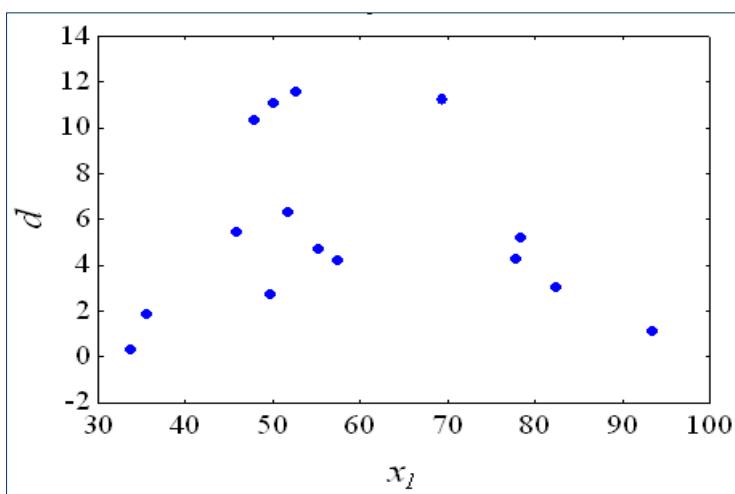


Odnos inicijalnog stanja subjekta (x_1) i učinka programa (d) prikazan putem korelacijskog dijagrama

Primjer 3: Tjelesna masa sudionika programa u prosjeku se povećala za 5,54 kilograma. Program je imao neravnomjeran učinak na povećanje tjelesne mase ispitanika.

x_1	x_2	d
82,61	85,65	3,04
93,51	94,62	1,11
78,46	83,65	5,19
55,14	59,84	4,70
49,65	52,34	2,69
45,82	51,26	5,44
50,21	61,24	11,03
51,65	57,95	6,30
69,45	80,65	11,20
57,32	61,53	4,21
35,62	37,45	1,83
47,95	58,31	10,36
33,65	33,95	0,30
52,69	64,25	11,56
77,95	82,21	4,26

	\bar{x}	s	min	max	R	r_{x_1,x_2}	$r_{x_1,d}$
x_1	58,77	17,63	33,65	93,51	59,86	0,98	-0,1
x_2	64,32	17,73	33,95	94,62	60,67		
d	5,54	3,79	0,30	11,56	11,26		



Odnos inicijalnog stanja subjekta (x_1) i učinka programa (d)
prikazan putem korelacijskog dijagrama

Nakon uzlaznog sortiranja entiteta prema rezultatima inicijalnog stanja lakše je uočiti eventualnu zavisnost učinka programa o inicijalnom stanju subjekta.

Tablica: Inicijalno stanje (x_1), finalna stanja (x_2) i varijable promjena (d) 1., 2. i 3. grupe.

x_1	x_2	x_2	x_2	d	d	d
33,65	38,65	39,51	33,95	5,00	5,86	0,30
35,62	40,62	44,56	37,45	5,00	8,94	1,83
45,82	50,82	51,19	51,26	5,00	5,37	5,44
47,95	52,95	53,24	58,31	5,00	5,29	10,36
49,65	54,65	57,47	52,34	5,00	7,82	2,69
50,21	55,21	56,54	61,24	5,00	6,33	11,03
51,65	56,65	60,91	57,95	5,00	9,26	6,30
52,69	57,69	57,64	64,25	5,00	4,95	11,56
55,14	60,14	56,36	59,84	5,00	1,22	4,70
57,32	62,32	67,00	61,53	5,00	9,68	4,21
69,45	74,45	74,45	80,65	5,00	5,00	11,20
77,95	82,95	80,21	82,21	5,00	2,26	4,26
78,46	83,46	80,62	83,65	5,00	2,16	5,19
82,61	87,61	83,98	85,65	5,00	1,37	3,04
93,51	98,51	94,31	94,62	5,00	0,80	1,11

Aritmetička sredina varijable razlika između dvaju stanja (\bar{x}_d) opisuje efikasnost primijenjenog programa.

Standardna devijacija razlika između dvaju stanja (s_d) opisuje variranje učinka primijenjenog programa među ispitanicima. Ako je cilj grupnih programa ravnomjeran napredak svih sudionika, velika standardna devijacija može upućivati na slabu primjerenost programa pojedinim sudionicima. U interpretaciji variranja učinaka programa korisno je pregledati i minimalnu i maksimalnu vrijednost promjene stanja.

Ako je korelacija inicijalnog stanja i varijable razlika između dvaju stanja ($r_{x1,d}$) jednaka nuli to upućuje na zaključak da je primjenjeni program bio primjeren svim ispitanicima, nezavisno o njihovom inicijalnom stanju.

Što je korelacija bliža 1, to je primjenjeni program primjereniji ispitanicima s višim rezultatima inicijalnog stanja. Što je korelacija bliža -1, to je primjenjeni program primjereniji ispitanicima s nižim rezultatima inicijalnog stanja.

9.2 Deskriptivna analiza individualnih promjena

Promjene stanja jednog subjekta kroz određeno vremensko razdoblje naziva se *analiza vremenskog niza*. Vremenskim niz predstavlja niz podataka o određenoj karakteristici subjekta prikupljenih u uzastopnim vremenskim točkama (npr. inicijalno stanje, prvo tranzitivno stanje, drugo tranzitivno stanje, finalno stanje). Svrha analize vremenskog niza je:

- praćenje vremenskog razvoja neke karakteristike subjekta
- utvrđivanje zakonitosti razvoja promatrane karakteristike
- predviđanje daljnog razvoja promatrane karakteristike.

Vremenski niz se može analizirati putem pokazatelja dinamike s promjenjivom bazom ili pokazatelja dinamike sa stalnom bazom.

9.2.1 Pokazatelji dinamike s promjenjivom bazom

Pokazatelji dinamike s promjenjivom bazom izražavaju odstupanje stanja subjekta u određenoj vremenskoj točki u odnosu na stanje u prethodnoj vremenskoj točki. To su:

- **Apsolutna stopa promjene** (Δy) s promjenjivom bazom izražava razliku rezultata subjekta u određenoj vremenskoj točki od rezultata u prethodnoj vremenskoj točki, a izračunava se formulom

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$$

gdje je

- y_i - rezultat subjekta u vremenskoj točki i
- $i = 2, \dots, k$
- k - broj vremenskih točaka.
- **Relativna stopa promjene** (S_t) s promjenjivom bazom izražava postotak promjene rezultata subjekta u određenoj vremenskoj točki u odnosu na rezultat u prethodnoj vremenskoj točki, a izračunava se formulom

$$S_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100 - 100 \quad \text{ili} \quad S_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100$$

gdje je

- y_t - rezultat subjekta u vremenskoj točki t
- $t = 2, \dots, k$
- k - broj vremenskih točaka.

Primjer: Na nekom sportašu primijenjen je program za povećanje mišićne mase. Kroz vremenski period od 11 mjeseci praćeno je stanje sportaša pri čemu je tjelesna masa izmjerena prije početka programa (inicijalno stanje), svakih mjesec dana tijekom provođenja programa (10 tranzitivnih stanja) i po završetku programa (finalno stanje). Izračunati su absolutni i relativni pokazatelji dinamike s promjenjivom bazom. Rezultati su prikazani u tablici.

datum	mjerenje	tjelesna masa (kg)	apsolutna stopa promjene	verižni indeks	relativna stopa promjene
01.01.2007.	1	97,5			
01.02.2007.	2	104,25	6,75	1,07	6,92
01.03.2007.	3	108,5	4,25	1,04	4,08
01.04.2007.	4	110,5	2	1,02	1,84
01.05.2007.	5	112,75	2,25	1,02	2,04
01.06.2007.	6	111,5	-1,25	0,99	-1,11
01.07.2007.	7	112,75	1,25	1,01	1,12
01.08.2007.	8	113,5	0,75	1,01	0,67
01.09.2007.	9	114,5	1	1,01	0,88
01.10.2007.	10	115,25	0,75	1,01	0,66
01.11.2007.	11	114,5	-0,75	0,99	-0,65
01.12.2007.	12	115,25	0,75	1,01	0,66

9.2.2 Pokazatelji dinamike sa stalnom bazom

Pokazatelji dinamike sa stalnom bazom izražavaju odstupanje stanja subjekta u određenoj vremenskoj točki u odnosu na početno stanje. To su:

- *Absolutna stopa promjene* (Δy) sa stalnom bazom izražava razliku rezultata subjekta u određenoj vremenskoj točki od rezultata u početnoj vremenskoj točki, a izračunava se formulom

$$\Delta y_i = y_i - y_1$$

gdje je

- y_i - rezultat subjekta u vremenskoj točki i
- $i = 2, \dots, k$
- k - broj vremenskih točaka.
- *Relativna stopa promjene* (S_t) sa stalnom bazom izražava postotak promjene rezultata subjekta u određenoj vremenskoj točki u odnosu na rezultat u početnoj vremenskoj točki, a izračunava se formulom

$$S_t = \frac{y_t}{y_1} \cdot 100 - 100 \quad \text{ili} \quad S_t = \frac{y_t - y_1}{y_1} \cdot 100$$

gdje je

- y_t - rezultat subjekta u vremenskoj točki t
- $t = 2, \dots, k$
- k - broj vremenskih točaka.

Primjer: Na nekom sportašu primijenjen je program za povećanje mišićne mase. Kroz vremenski period od 11 mjeseci praćeno je stanje sportaša pri čemu je tjelesna masa izmjerena prije početka programa (inicijalno stanje), svakih mjesec dana tijekom provođenja programa (10 tranzitivnih stanja) i po završetku programa (finalno stanje). Izračunati su absolutni i relativni pokazatelji dinamike sa stalnom bazom. Rezultati su prikazani u tablici.

datum	mjerenje	tjelesna masa (kg)	apsolutna stopa promjene	bazni indeks	relativna stopa promjene
01.01.2007.	1	97,5			
01.02.2007.	2	104,25	6,75	1,07	6,92
01.03.2007.	3	108,5	11	1,11	11,28
01.04.2007.	4	110,5	13	1,13	13,33
01.05.2007.	5	112,75	15,25	1,16	15,64
01.06.2007.	6	111,5	14	1,14	14,36
01.07.2007.	7	112,75	15,25	1,16	15,64
01.08.2007.	8	113,5	16	1,16	16,41
01.09.2007.	9	114,5	17	1,17	17,44
01.10.2007.	10	115,25	17,75	1,18	18,21
01.11.2007.	11	114,5	17	1,17	17,44
01.12.2007.	12	115,25	17,75	1,18	18,21

10 Osnovni kineziometrijski pojmovi

Kineziometrija je znanstvena disciplina koja proučava probleme mjerena u kineziologiji, odnosno probleme konstrukcije, evaluacije i primjene mjernih instrumenata za procjenu kinezioloških fenomena.

Mjerenje je postupak kojim se objektima (entitetima, ispitanicima) pridružuju broevi ili oznake prema određenim pravilima u skladu s razvijenosti mjerenoj svojstva (atributa, karakteristike, obilježja) čime se postiže njegova kvantifikacija ili klasifikacija.

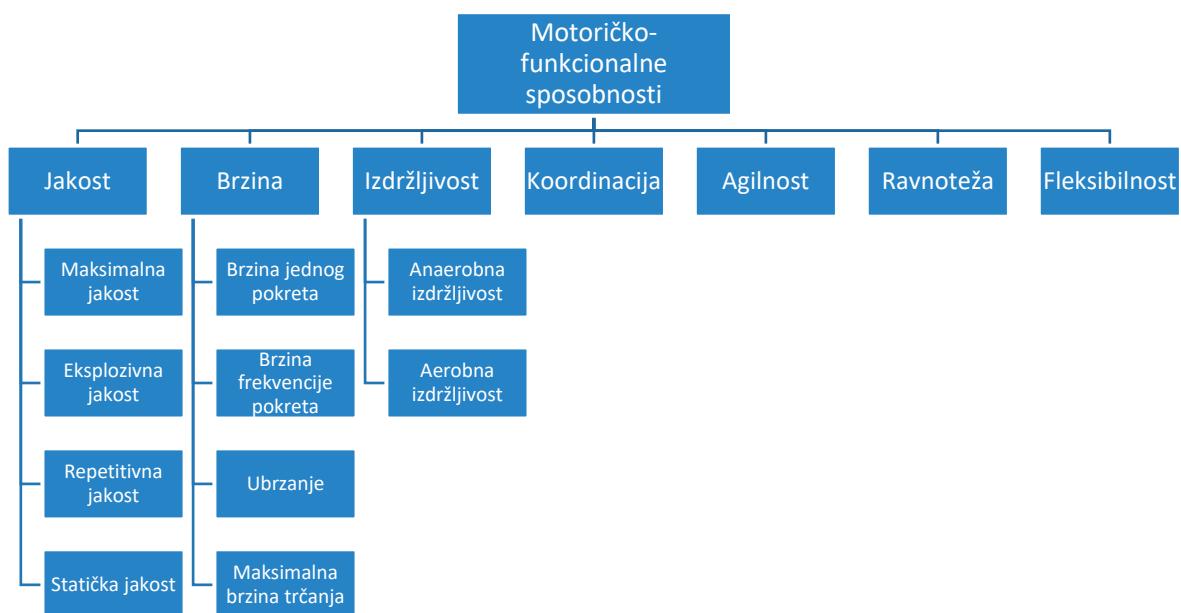
Objekt mjerena ili entitet je nosioci informacija koje je moguće prikupiti nekim postupkom mjerena, a kojima se može opisati stanje nekog entiteta.

Predmet mjerena je određeno svojstvo koje se mjeri na objektima mjerena. U ovom priručniku predstavljeni su mjni instrumenti (testovi) za procjenu motoričko-funkcionalnih sposobnosti i morfoloških obilježja.

Motoričke sposobnosti odgovorne su za uspješnost izvedbe motoričkih aktivnosti (manifestacija).

Funkcionalne sposobnosti odgovorne su za transport i stvaranje energije u ljudskom organizmu. Uz ovaj termin često se koristi i termin – *izdržljivost* (engl. endurance).

Slika 10-1. Hipotetski model strukture motoričko-funkcionalnih sposobnosti.



Jakost (engl. strength) predstavlja sposobnost stvaranja sile s ciljem savladavanja otpora pomoću voljne mišićne kontrakcije. Moguće je razlikovati četiri osnovna tipa jakosti. To su:

- *Maksimalna jakost* – sposobnost stvaranja maksimalne sile s ciljem savladavanja vanjskog otpora.
- *Eksplozivna jakost* – sposobnost stvaranja maksimalne sile u što kraćem vremenu.
- *Repetitivna jakost* – sposobnost ponavljanja određenog pokreta kojim se savladavaju medijalna i submaksimalna opterećenja što duže vrijeme. Repetitivnu jakost karakterizira izvedba dinamičkih kretanja kod kojih dolazi do naizmjeničnih kontrakcija i relaksacija angažiranih mišića.
- *Statička jakost* – sposobnost održavanja određenog statičkog položaja što duže vrijeme. Statičku jakost karakterizira izometrička mišićna akcija³ (statičko naprezanje).

Sva četiri tipa jakosti mogu se dodatno diferencirati na:

- *Apsolutnu jakost* – sposobnost manifestiranja sile za savladavanje opterećenja nekog vanjskog objekta (npr. bacanje kugle).
- *Relativna jakost* – sposobnost manifestiranja sile za savladavanje opterećenja koje je izravno povezano s vlastitom tjelesnom masom (npr. zgibovi).

Brzina pokreta (engl. speed) predstavlja sposobnost izvedbe pokreta ili kretanja maksimalnom brzinom bez vanjskog otpora. Moguće je razlikovati četiri osnovna tipa brzine pokreta. To su:

Brzina jednostavnog pokreta – sposobnost izvođenja jednostavnog pokreta maksimalnom brzinom.

Brzina frekvencije pokreta – sposobnost maksimalno brzog izvođenja ponavljajućih pokreta stalne amplitude.

Ubrzanja – sposobnost postizanja maksimalne brzine kretanja u što kraćem vremenu.

Maksimalna brzina kretanja – sposobnost najveće moguće brzine kretanja.

Izdržlivost (engl. endurance) je sposobnost organizma da rad određenog intenziteta održava što dulje vrijeme bez smanjenja efikasnosti izvedbe (Maršić, Dizdar i Šentija, 2008). Moguće je razlikovati četiri osnovna tipa jakosti. To su:

- *Aerobna izdržljivost* – sposobnost odupiranja umoru pri dinamičkom mišićnom radu u koji je uključeno više od 1/6 do 1/7 ukupne skeletne muskulature tijekom kojeg intenzitet rada aktivira više od 50% maksimalne mogućnosti krvožilnog sustava, a uz

³ Izometrička mišićna akcija predstavlja vrstu mišićne akcije kod koje ne dolazi do promjene duljine mišića.

trajanje opterećenja od najmanje 3-5 minuta (Jonath i Kempel, 1987, prema Maršić, Dizdar i Šentija, 2008).

- *Anaerobna izdržljivost* – sposobnost odupiranja umoru pri dinamičkim aktivnostima submaksimalnog ili maksimalnog intenziteta (Maršić, Dizdr i Šentija, 2008).

Koordinacija (engl. *coordination*) – sposobnost vremeniski i prostorno efikasnog te energetski racionalnog izvođenja kompleksnih motoričkih zadataka (Sekulić i Metikoš, 2007).

Agilnost (engl. *agility*) predstavlja sposobnost efikasne promjene pravca i/ili smjera kretanja (Sekulić i Metikoš, 2007).

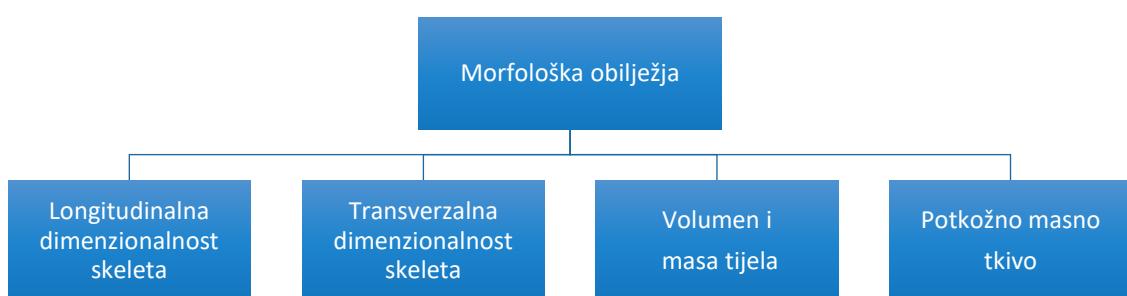
Ravnoteža (engl. *balance*) predstavlja sposobnost održavanja ravnotežnog položaja uz analizu informacija o položaju tijela koje putem kinestetičkih i vidnih podražaja (Sekulić i Metikoš, 2007).

Fleksibilnost (engl. *flexibility*) predstavlja sposobnost postizanja maksimalne amplitudne voljnih kretnji u jednom ili više zglobova (Sekulić i Metikoš, 2007).

Morfološka obilježja predstavljaju tjelesnu građu ljudi. To su:

- *Longitudinalna dimenzionalnost skeleta* predstavlja morfološko obilježje koje označava rast kostiju u duljinu.
- *Transverzalna dimenzionalnost skeleta* predstavlja morfološko obilježje koje označava rast kostiju u širinu (poprečni presjek kosti).
- *Volumen i masa tijela* predstavlja morfološko obilježje koje u najvećoj mjeri označava količinu mišićne mase.
- *Potkožno masno tkivo* predstavlja morfološko obilježje koje označava količinu potkožnog masnog tkiva.

Slika 10-2. Hipotetski model strukture morfoloških obilježja.



Mjeritelj je osoba školovana za provođenje mjerjenja. Da bi se utjecaj mjeritelja na rezultat mjerjenja sveo na najmanju moguću mjeru, nužno je poštivati *standardizirani postupak mjerjenja*.

Standardizirani postupak mjerjenja je precizan opis svih postupaka i uvjeta u kojima se provodi mjerjenje nekim *mjernim instrumentom* te načina bodovanja i vrednovanja dobivenih rezultata.

Mjerni instrument ili *test* je operator pomoću kojeg se vrši mjerjenje, a kojeg čine tehnička oprema potrebna za mjerjenje, jedan ili više mjeritelja i standardizirani postupak mjerjenja.

Mjerna skala je skup oznaka ili niz brojeva kojima je moguće opisati razvijenost mjerenog svojstva nekog objekta mjerjenja. Četiri su vrste mjernih skala. To su:

- *Nominalna skala* je mjerna skala bez kvantitativnih svojstava i kontinuiteta, a prema kojoj je objekte mjerena moguće klasificirati u dvije ili više disjunktnih kategorija ravnopravnih po vrijednosti (npr. muško – žensko, dijete – adolescent – odrasla osoba)
- *Ordinalna skala* je skala rangova, tj. mjerna skala prema kojoj je objekte mjerena moguće klasificirati u dvije ili više disjunktnih kategorija rangiranih prema vrijednosti (npr. skala rangova na prijemnom ispit, skala školskih ocjena, skala plasmana na sveučilišnom prvenstvu u krosu).
- *Intervalna skala* je mjerna skala koja ima kvantitativna svojstva i kontinuitet, vrijednosti na skali su ekvidistantne, a nulta vrijednost ne predstavlja apsolutno odsustvo mjerenog svojstva (npr. Celzijeva temperaturna ljestvica, skala standardiziranih rezultata, skala T-skorova).
- *Omjerna skala* je mjerna skala koja ima kvantitativna svojstva i kontinuitet, vrijednosti na skali su ekvidistantne, a nulta vrijednost predstavlja apsolutno odsustvo mjerenog svojstva (npr. Kelvinova temperaturna ljestvica, skala jedinica apsolutnog vremena, metarska skala jedinica duljine).

11 Konstrukcija mjernog instrumenta

Mjerni instrument (test) je odgovarajući operator pomoću kojega se određuje pozicija objekta mjerjenja na nekoj mjernoj skali kojom se procjenjuje predmet mjerjenja. Konačni rezultat mjernog instrumenta ukazuje na stupanj razvijenosti predmeta mjerjenja. Konstrukcija mjernog instrumenta vrlo je složen proces koji se odvija u pet koraka:

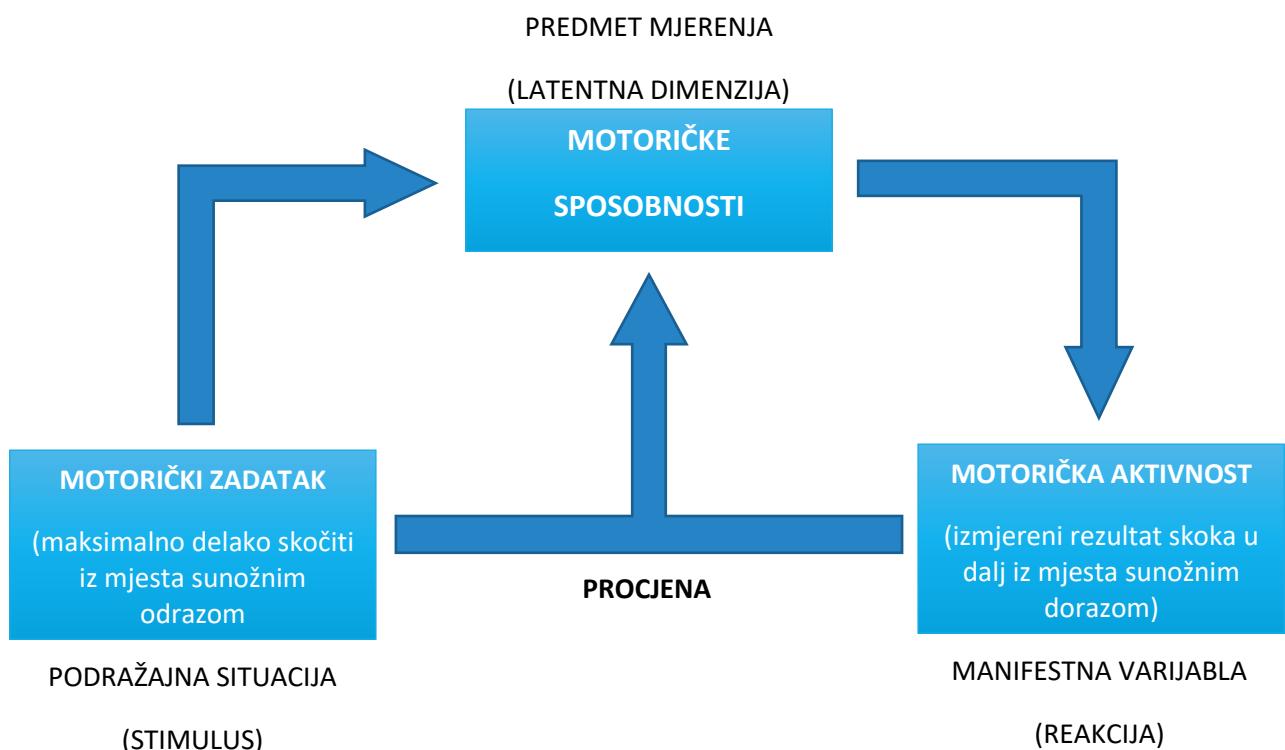
- definiranje predmeta mjerjenja
- odabir odgovarajućeg tipa mjernog instrumenta
- izbor podražajnih situacija

- standardizacija mjernog postupka
- utvrđivanje metrijskih karakteristika.

11.1 Definiranje predmeta mjerena

Svaki mjerni instrument koristi se za mjerjenje nekog predmeta mjerena. U kineziologiji predmet mjerena predstavljaju relevantni kineziološki fenomeni. Primjerice, motoričke i funkcionalne sposobnosti, morfološka obilježja, situacijska i natjecateljska uspješnost u pojedinoj kineziološkoj aktivnosti, kvaliteta izvedbe nekog tehničkog elementa itd. Zato konstrukcija mjernog instrumenta započinje preciznim definiranjem predmeta mjerena. Predmet mjerena najčešće je neki hipotetski konstrukt koji nije izravno mjerljiv. Primjerice, motoričke sposobnosti su teorijski konstrukti koje ne možemo izravno mjeriti, a za koje pretpostavljamo da imaju realnu egzistenciju jer determiniraju uspješnost motoričkog ponašanja. Promatranjem motoričkog ponašanja ljudi, moguće je uočiti da neki od njih u većem broju motoričkih aktivnosti postižu slične rezultate (primjerice, skokovima, bacanjima, sprintovima...), pa je opravdano pretpostaviti da postoje neki zajednički faktori koji determiniraju uspješnost u realizaciji tih motoričkih aktivnosti. Zajednički faktori koji određuju uspješnost motoričkog ponašanja predstavljaju motoričke sposobnosti. Dakle, motoričke sposobnosti su teorijski konstrukti jer ih je nemoguće izravno opažati, a time i mjeriti. Moguće ih je samo indirektno procjenjivati, stoga ih zovemo *latentne dimenzije*.

Slika 11-1. Teorijski model indirektnog mjerena (procjene) motoričkih sposobnosti



Općenito se može reći da je svaka motorička aktivnost proizvod motoričkih sposobnosti i podražajne situacije (slika 11-1). Stoga, mjereći uspješnost u određenoj motoričkoj aktivnosti (manifestna varijabla) koja je izazvana nekom podražajnom situacijom (motorički zadatak) možemo zaključivati o stupnju razvijenosti motoričkih sposobnosti (latentna dimenzija). Ako je, primjerice, predmet mjerjenja neka motorička sposobnost (npr. eksplozivna snaga koja se definira kao sposobnost generiranja maksimalne sile u jedinici vremena) koju ne možemo direktno mjeriti, moguće je konstruirati mjerni instrument kojim ćemo je indirektno procijeniti pomoću njenih *manifestacija* (npr. motoričkih aktivnosti: skokovi, bacanja, udarci..). Takav pristup nužno nameće problem utvrđivanja pravog predmeta mjerjenja (valjanost mjernog instrumenta). Naime, uspješnost u nekoj motoričkoj manifestaciji koju mjerimo nikad nije pod utjecajem samo jednog faktora, nego većeg broja faktora pa se postavlja pitanje: Što je pravi predmet mjerjenja, tj. koju latentnu dimenziju procjenjujemo nekim motoričkim testom? Problem valjanosti mjerjenja bit će posebno razmatran u poglavlju o metrijskim karakteristikama. Ovisno o predmetu mjerjenja, valja odabrati prikladan tip mjernog instrumenta, odnosno način za operacionalizaciju odgovarajućeg predmeta mjerjenja.

2.2 Odabir odgovarajućeg tipa mjernog instrumenta

Za procjenu relevantnih kinezioloških fenomena moguće je koristiti nekoliko tipova mjernih instrumenata:

- *testovi tipa "papir-olovka"* – ubrajaju se u potpuno objektivne mjerne instrumente jer postignuti rezultati ne ovise od pogrešci mjerioca (ako je osposobljen za provođenje mjerjenja), već isključivo o ispitaniku. Takav tip mjernih instrumenata koristi se za utvrđivanje kognitivnih sposobnosti, konativnih obilježja, stavova, socijalnog statusa, prehrambenih navika itd.
- *aparatura za mjerjenje* – u ovu skupinu mjernih instrumenata ubrajaju se razna tehnička pomagala koja u postupku mjerjenja koristi mjerilac. To su, primjerice, instrumenti za mjerjenje morfoloških obilježja (antropometar, kaliper itd.), funkcionalnih sposobnosti (spirometar, aparatura za mjerjenje aerobnoga i anaerobnoga kapaciteta itd.) te motoričkih sposobnosti (dinamometar za procjenu mišićne sile). Takav tip mjerjenja je manje objektivan od testova tipa "papir-olovka" jer dobiveni rezultati u većoj mjeri zavise od obučenosti mjerilaca.
- *primjena vježbe (motoričkih zadataka)* – u ovu skupinu mjernih instrumenata ubrajaju se različiti motorički zadaci kojima se u nekoj poznatoj mjeri aktivira određena motorička sposobnost. Takav tip mjernih instrumenata najčešće se koristi za procjenu motoričkih sposobnosti (primjerice, skok udalj s mjesta za procjenu eksplozivne snage, okretnost na tlu za procjenu koordinacije itd). Za takav tip mjernih instrumenata valja precizno definirati upute za izvođenje zadatka, uvjete u kojima se zadatak izvodi, pomagala i način njihova korištenja kako bi se minimizirale pogreške mjerjenja.

- *subjektivna procjena mjerioca* – često se za procjenu nekih složenih sposobnosti, znanja i vještina, odnosno kvalitete izvedbe koristi subjektivna procjena kompetentnih mjerilaca (primjerice, u sportskoj gimnastici, klizanju na ledu, skokovima u vodu itd.).

Većina mjerjenja u antropološkim znanostima obavlja se pomoću *kompozitnih mjernih instrumenata*. Kompozitni mjerni instrument se sastoji od većeg *čestica* (engl. item), a koje mogu biti: pitanja/zadaci (papir-olovka), ponavljana mjerjenja (aparatura, motorički zadaci) i suci (subjektivna procjena). Tako dobiveni rezultati različitim se statističkim postupcima kondenziraju, a daljnje obrade provode se na kondenziranim rezultatima.

11.3 Izbor podražajnih situacija

Nakon preciznog definiranja predmeta mjerjenja i odabira odgovarajućeg tipa mjernog instrumenta valja proučiti u kojim situacijama se manifestira predmet mjerjenja, odnosno koje su to aktivnosti u kojima se najbolje očituje predmet mjerjenja. Stoga je potrebno izvršiti klasifikaciju i selekciju podražajnih situacija koje su simptomatske za odgovarajući predmet mjerjenja. Tako, primjerice, ako je predmet mjerjenja neka kognitivna sposobnost, konativno obilježje, stavovi, razina znanja iz nekog područja ili sl., moguće je koristiti test tipa „papir-olovka“ koji će biti sastavljen od većeg broja čestica. Kvaliteta mjernog instrumenta bit će determinirana izborom čestica kojima se aktivira predmet mjerjenja. Zato pri izboru čestica treba voditi brigu o sljedećem:

- čestice moraju biti kratko i jasno definirane
- svaka čestica mora biti povezana s predmetom mjerjenja
- čestice moraju biti prilagođene ciljanoj populaciji ispitanika
- čestice moraju varirati po težini i složenosti kako bi uspješno razlikovale ispitanike po predmetu mjerjenja.

Za procjenu nekih složenih sposobnosti, znanja i vještina (primjerice, uspješnost u sportskoj gimnastici, klizanju na ledu, skokovima u vodu, uspješnost košarkaša itd.) nije uvijek moguće konstruirati objektivni mjerni instrument, već smo prisiljeni koristiti subjektivnu procjenu stručnjaka (sudaca). Kvaliteta ovakvog tipa mjernog instrumenta ovisit će o jasnoći i odabiru kriterija (mjerila), skali procjene te razini sudačke kompetentnosti i iskustva. Primjerice, ako je predmet mjerjenja kvaliteta košarkaša, onda je potrebno precizno definirati kriterijski sustav koji će obuhvatiti sve relevantne aspekte predmeta mjerjenja (npr. razina pritiska u obrani, pomaganje u obrani, skakačka uspješnost u obrani...), definirati mjernu skalu (npr. ocjene od 1 do 5) te kriterije koje moraju ispuniti ocjenjivači (npr. košarkaški treneri 1. lige).

Ako je predmet mjerjenja neka motorička sposobnost (npr. eksplozivna snaga), potrebno je odabrati one motoričke zadatke koji će u najvećoj mjeri izazivati aktivaciju maksimalne sile u što kraćoj jedinici vremena (npr. sunožni skok udalj s mjesta, bacanje medicinke s prsa, sprint

20 metara itd.). Nakon izbora i klasifikacije podražajnih situacija, svaku od njih je potrebno precizno opisati, odnosno standardizirati.

11.4 Standardizacija postupka mjerena

Standardizacija mjernog postupka podrazumijeva precizan opis svih postupaka i uvjeta u kojima se provodi mjerjenje nekim mjernim instrumentom te načina bodovanja i vrednovanja dobivenih rezultata. Naime, svako mjerjenje nastoji isključiti mjeriočev utjecaj na rezultate mjerena, odnosno teži objektivnosti. Stoga je standardizacija mjernog postupka bitan preduvjet objektivnosti mjerena. Ona omogućava izjednačavanje svih uvjeta mjerena za sve ispitanike. Standardizacija mjernog postupka obuhvaća:

- naziv i šifru mjernog instrumenta
- tehnički opis, odnosno konstrukcijske karakteristike
- opis postupka mjerena
- uputu ispitaniku
- način određivanja rezultata ispitanika.

Svi važni podaci o mjernom postupku moraju biti navedeni kako bi mjerni instrument bio upotrebljiv u praksi.

<i>Naziv:</i>	Skok udalj s mjesta
<i>Šifra:</i>	MFESDM
<i>Tehnički opis:</i>	Zatvorena prostorija najmanjih dimenzija 6×2 metra. Od zida se postave tanke strunjače tako da ukupna duljina strunjača ne bude manja od 4,5 m. Strunjače su fiksirane s jedne strane zidom, a s druge strane stopalima dvojice pomagača. Na strunjači se označi početna (odskočna) linija 80 cm od zida. Od početne linije na udaljnosti od 2 metra pa sve do 3,3 metra označe se svakih 5 cm paralelne linije duge 30 cm.
<i>Opis mjernog postupka:</i>	Ispitanik stane bosim stopalima do samog ruba početne linije ležima prema zidu. Zadatak je ispitanika sunožnim odrazom skočiti prema naprijed što je moguće dalje. Zadatak je završen nakon što ispitanik izvede 4 uspješna skoka. Neuspješnim skokom smatra se: skok nakon dvostrukog odraza (poskoka) u mjestu prije skoka skok nakon prestupa početne linije skok koji nije izведен sunožnim odrazom skok kojem prethodi dokorak skok nakon kojeg ispitanik dodirne strunjaču iza peta skok nakon kojeg ispitanik pri doskoku sjedne
<i>Uputa ispitaniku:</i>	Zadatak se demonstrira i objašnjava: „Vaš je zadatak da stanete iza početne linije i sunožnim odrazom skočite što više možete prema naprijed. Doskok mora biti na dvije noge. U slučaju neispravnog skoka, zadatak se ponavlja. Ako je zadatak jasan, pripremite se za početak.“

Određivanje rezultata:

Rezultat u testu izražava se u centimetrima, a određuje se kao aritmetička sredina 4 uspješna skoka.

11.5 Utvrđivanje metrijskih karakteristika

Nakon konstrukcije preliminarne forme mjernog instrumenta valja ga empirijski provjeriti te tako doći do konačne verzije mjernog instrumenta sa zadovoljavajućim metrijskim karakteristikama. Prvu formu testa treba provjeriti na pilot-uzorku koji će po karakteristikama biti sličan populaciji za koju se test konstruira. Time se dobije empirijska osnova za tzv. analizu čestica (*engl. item analysis*). Pod analizom čestica podrazumijeva se niz postupaka pomoću kojih procjenjujemo težinu i valjanost čestica.

Ako se radi o mjernom instrumentu tipa „papir-olovka“, težina čestica se provjerava tzv. indeksom lakoće (težine) koji je pokazatelj diskriminativnosti svake čestice. Indeks lakoće svake čestice predstavlja proporciju ispitanika koji su taj zadatak uspješno riješili ($p=u/n$, gdje je u broj ispitanika koji su uspješno riješili zadatak, a n ukupan broj ispitanika). Odgovarajućim izborom zadataka s obzirom na njihovu težinu, moguće je utjecati na osjetljivost mjernog instrumenta. Zadaci ne bi smjeli biti ni preteški ni prelagani jer bi u tim slučajevima slabo razlikovali ispitanike. Stoga većina čestica treba imati indeks lakoće koji se kreće oko $p=0,5$ te podjednak i manji broj čestica čiji je indeks lakoće manji i veći od 0,5. Valjanost čestica moguće je procijeniti kao prosječnu korelaciju između čestica. Što se čestice međusobno više slažu, to im je veća količina zajedničke varijance, odnosno čestice imaju više istog predmeta mjerjenja.

Pomoću analize težine i valjanosti čestica biraju se čestice za konačni oblik testa. Pravilnim izborom čestica utječemo na metrijske karakteristike cijelog mjernog instrumenta. Primjerice, odgovarajućim izborom i raspodjelom čestica s obzirom na indeks lakoće utječemo na osjetljivost, dok korelacijom između čestica utječemo na pouzdanost i dijagnostičku valjanost.

Nakon izrade konačnog oblika mjernog instrumenta na reprezentativnim se uzorcima ispitanika utvrđuju metrijske karakteristike. Pri tome valja naglasiti da se utvrđene metrijske karakteristike uvijek odnose na određenu populaciju na čijim su reprezentativnim uzorcima utvrđene, a nikako ne na sve ispitanike.

12 Metrijske karakteristike

Svaki mjerne instrument nužno mora biti dobrih metrijskih karakteristika kako bi njime dobiveni podaci bili upotrebljivi. To su:

- pouzdanost
- objektivnost
- homogenost
- osjetljivost i
- valjanost.

12.1 Pouzdanost

Pouzdanost je metrijska karakteristika koja se odnosi na točnost mjerenja, tj. na nezavisnost mjerenja od nesistematskih pogrešaka. Problem pouzdanosti veže se uz problem konzistentnosti (dosljednosti) rezultata u ponovljenim mjerenjima. U svakom mjernom postupku na rezultate djeluju, osim veličine predmeta mjerenja, i neki *sistematski* i *nesistematski* faktori. Sistematski faktori mogu izazivati stalni porast ili pad rezultata (primjerice, učenje, umor, razvoj itd.) te ih je moguće kontrolirati i ukloniti. Njihov se utjecaj može tumačiti kao stvarna promjena u veličini predmeta mjerenja te nisu zanimljivi teoriji pouzdanosti. Nesistematski faktori uzrokuju slučajne varijacije rezultata mjerenja te utječu na nepouzdanost mjerenja jer promjene koje ti faktori izazivaju nisu posljedica promjene predmeta mjerenja. Upravo njihovim uzrocima i posljedicama bavi se teorija pouzdanosti.

U kineziološkim mjerenjima pogreške mjerenja najčešće nastaju kao rezultat:

- mjerenja različitih mjerilaca
- različitih mjerenja istog mjerioca
- variranja mjerene karakteristike u tijeku dana (primjerice, tjelesna visina varira oko 1 cm u tijeku dana)
- mjerenja različitim mjerom aparaturom (primjerice, nejednako baždarena merna aparatura)
- slučajnih pogrešaka pri primjeni bilo kojeg mernog instrumenta.

Prema tome, na smanjenje pogreške mjerenja moguće je utjecati dobrom uvježbanošću mjerilaca, pridržavanjem standardiziranog postupka mjerenja, kvalitetnom mjernom opremom koja se redovito baždari te provođenjem mjerenja u isto vrijeme ili u vrlo kratkom vremenskom razmaku.

12.2 Objektivnost

Objektivnost je mjerna karakteristika kojom se određuje nezavisnost rezultata mjerenja od mjerioca. Postupak mjerenja smatra se objektivnim ako različiti mjerioci mjereći, iste ispitanike, dolaze do istih rezultata. Dakle, što je veći stupanj slaganja između rezultata ispitanika koje su dobili različiti mjerioci, to je objektivnost mjerenja veća. Postupak za utvrđivanje objektivnosti nekog mjerenja u kome sudjeluje veći broj mjerilaca identičan je metodi interne konzistencije za utvrđivanje pouzdanosti kompozitnih mjernih instrumenata, s tom razlikom da su pri subjektivnoj procjeni čestice mjerenja mjerioci, odnosno suci. Stoga se objektivnost mjerenja može povećati uključivanjem većeg broja sudaca čije se ocjene trebaju u što većoj mjeri međusobno slagati. To se postiže pridržavanjem standardiziranog postupka mjerenja. Na visoku razinu objektivnosti ove vrste mjerenja utječe kompetentnost i uvježbanost ocjenjivača (znanje i iskustvo), stabilnost osobina ličnosti mjerioca, kriteriji i pravila mjerenja, svojstva testa (primjerice, objektivniji su testovi koji imaju jednoznačan ključ za ocjenjivanje, oni koji od ispitanika traže jednostavnije reakcije, u kojima se koristi suvremena tehnologija i sl.), budući da se tako može izbjegići utjecaj ocjenjivača na konačnu ocjenu.

12.3 Homogenost

Homogenost je svojstvo kompozitnih testova koje pokazuje koliko rezultati ispitanika u svim česticama zavise od istog predmeta mjerenja ili identične kombinacije različitih predmeta mjerenja. Homogenost, kao metrijska karakteristika, ima važnu ulogu pri opisivanju mjernih instrumenata jer o njoj ovisi dijagnostička vrijednost testa. Naime, ako je neki test homogen to znači da se o predmetu mjerenja jednoznačno može zaključivati, odnosno, ako je test heterogen, usprkos mogućoj pragmatičnoj valjanosti, nije moguće utvrditi u kojem omjeru različite sposobnosti ili osobine ispitanika utječu na rezultat u testu. Stoga je, usprkos manjoj ekonomičnosti, u praksi bolje koristiti više homogenih testova za predikciju neke složene kriterijske varijable nego jedan heterogen test. To stoga jer je moguće precizno utvrditi strukturu čimbenika odgovornih za uspješnosti u kriterijskoj varijabli, odnosno moguće je doznati zašto netko postiže bolje, a netko lošije rezultate u kriterijskoj varijabli, što te testove čini upotrebljivima u dijagnostičke svrhe.

12.4 Osjetljivost

Osjetljivost predstavlja svojstvo mjernog instrumenta da uspješno razlikuje ispitanike po predmetu mjerenja. Ako, primjerice, nekim mjernim instrumentom dobijemo identične rezultate dvaju ispitanika, to ne mora značiti i jednak stupanj razvijenosti predmeta mjerenja, već može biti i znak slabije osjetljivosti mjernog instrumenta. Isto tako, rezultat nula u broju zgibova ne mora značiti potpunu odsutnost predmeta mjerenja (repetitivne snage), već je uzrok tome vjerojatno slaba osjetljivost mjernog instrumenta, tj. njegova neprimjerenost

određenoj populaciji. To se često događa kada se neki mjerni instrument konstruiran za selekcioniranu populaciju (vrhunski sportaši), a primjenjuje se na neselekcioniranoj populaciji kojoj instrument nije težinski primijeren.

12.5 Valjanost

S obzirom na to da se mjerni instrumenti konstruiraju zato da procjenjuju određeni predmet mjerena koji može biti relativno jednostavan (npr. neko morfološko obilježje), ali i vrlo složen (npr. neka motorička sposobnost), postavlja se pitanje što u stvari određeni mjerni instrument mjeri, odnosno kakva mu je *valjanost*.

S obzirom na cilj mjerena, valjanost mjernih instrumenata možemo promatrati sa dva osnovna stajališta:

- Ako je cilj mjerena utvrđivanje stanja, odnosno razine pojedinih antropoloških obilježja nekog ispitanika, tada se radi o tzv. *dijagnostičkoj valjanosti*.
- Ako je cilj mjerena prognozirati uspješnost u nekoj aktivnosti na temelju rezultata prikupljenih nekim mjernim instrumentom, tada se radi o tzv. *pragmatičnoj* ili *prognostičkoj valjanosti*.

Dijagnostičkoj valjanosti je osnovni cilj utvrditi što određeni test mjeri, odnosno koji mu je predmet mjerena. Prema načinu utvrđivanja, moguće je razlikovati dva osnovna tipa dijagnostičke valjanosti. To su *apriorna* i *faktorska* valjanost. Kod *apriorne valjanosti* zaključivanje o predmetu mjerena temelji se na logičkoj analizi postupka mjerena i testovnog sadržaja koji dovodi do odgovarajuće reakcije ispitanika, što može sugerirati aktiviranje neke hipotetske latentne dimenzije (predmeta mjerena). Prema tome, apriorna valjanost nije proizvod eksperimentalne provjere, pa se ni ne izražava konkretnim koeficijentom valjanosti. Stoga se apriorna valjanost obično koristi za postavljanje hipoteze o predmetu mjerena koja se potvrđuje ili opovrgava eksperimentalnom provjerom.

Faktorska valjanost nastoji utvrditi koji se predmet mjerena ispituje određenim mjernim instrumentom, odnosno u kojoj mjeri svaki od njegovih faktora uvjetuje varijabilnost dobivenih rezultata. S obzirom na to da se u pravilu jednim mjernim instrumentom želi procijeniti jedan faktor, onda se faktorskom valjanosti utvrđuje koliko neki test dobro mjeri onaj faktor za čije je mjerena konstruiran. Kod faktorske valjanosti zaključivanje o predmetu mjerena temelji se na rezultatima faktorske analize, odnosno eksperimentalno se utvrđuje kolikom proporcijom neki faktor sudjeluje u varijanci rezultata testa.

Pragmatička ili prognostička valjanost nekog testa pokazuje koliko uspješno, odnosno s kolikom sigurnošću možemo predvidjeti uspjeh u nekoj praktičnoj aktivnosti na temelju rezultata tog testa. Primjerice, kakva je mogućnost prognoziranja uspjeha u nekoj atletskoj disciplini (npr. trčanju na 100 m) na temelju rezultata dobivenih upotreboom nekog testa (npr.

skoka udalj s mesta). Dakle, problem pragmatičke valjanosti svodi se na utvrđivanje neke mjere povezanosti između varijable dobivene mjeranjem određene skupine entiteta nekim testom (prediktorska ili nezavisna varijabla) i varijable koja opisuje uspješnost tih entiteta u nekoj aktivnosti (kriterijska ili zavisna varijabla). U kineziološkim istraživanjima, kriterijske i prediktorske varijable mogu biti *jednodimenzionalne* i *višedimenzionalne*. Osim toga mogu biti procijenjene nekom *kvalitativnom* ili *kvantitativnom* mjernom skalom. Upravo o navedenim karakteristikama varijabli ovisi način utvrđivanja pragmatičke valjanosti.

Prilozi

Tablica A

Površine normalne distribucije od zadane z - vrijednosti do kraja distribucije.

z	p	z	p	z	p
0,00	0,5000	0,44	0,3300	0,88	0,1894
0,01	0,4960	0,45	0,3264	0,89	0,1867
0,02	0,4920	0,46	0,3228	0,90	0,1841
0,03	0,4880	0,47	0,3192	0,91	0,1814
0,04	0,4840	0,48	0,3156	0,92	0,1788
0,05	0,4801	0,49	0,3121	0,93	0,1762
0,06	0,4761	0,50	0,3085	0,94	0,1736
0,07	0,4721	0,51	0,3050	0,95	0,1711
0,08	0,4681	0,52	0,3015	0,96	0,1685
0,09	0,4641	0,53	0,2981	0,97	0,1660
0,10	0,4602	0,54	0,2946	0,98	0,1635
0,11	0,4562	0,55	0,2912	0,99	0,1611
0,12	0,4522	0,56	0,2877	1,00	0,1587
0,13	0,4483	0,57	0,2843	1,05	0,1469
0,14	0,4443	0,58	0,2810	1,10	0,1357
0,15	0,4404	0,59	0,2776	1,15	0,1251
0,16	0,4364	0,60	0,2743	1,20	0,1151
0,17	0,4325	0,61	0,2709	1,25	0,1056
0,18	0,4286	0,62	0,2676	1,30	0,0968
0,19	0,4247	0,63	0,2643	1,35	0,0885
0,20	0,4207	0,64	0,2611	1,40	0,0808
0,21	0,4168	0,65	0,2578	1,45	0,0735
0,22	0,4129	0,66	0,2546	1,50	0,0668
0,23	0,4090	0,67	0,2514	1,55	0,0606
0,24	0,4052	0,68	0,2483	1,60	0,0548
0,25	0,4013	0,69	0,2451	1,65	0,0495
0,26	0,3974	0,70	0,2420	1,70	0,0446
0,27	0,3936	0,71	0,2389	1,75	0,0401
0,28	0,3897	0,72	0,2358	1,80	0,0359
0,29	0,3859	0,73	0,2327	1,85	0,0322
0,30	0,3821	0,74	0,2296	1,90	0,0287
0,31	0,3783	0,75	0,2266	1,95	0,0256
0,32	0,3745	0,76	0,2236	2,00	0,0228
0,33	0,3707	0,77	0,2206	2,10	0,0179
0,34	0,3669	0,78	0,2177	2,20	0,0139
0,35	0,3632	0,79	0,2148	2,30	0,0107
0,36	0,3594	0,80	0,2119	2,40	0,00820
0,37	0,3557	0,81	0,2090	2,50	0,00621
0,38	0,3520	0,82	0,2061	2,60	0,00466
0,39	0,2483	0,83	0,2033	2,70	0,00347
0,40	0,3446	0,84	0,2005	2,80	0,00256
0,41	0,3409	0,85	0,1977	2,90	0,00187
0,42	0,3372	0,86	0,1949	3,00	0,00135
0,43	0,3336	0,87	0,1922	3,50	0,000233

Tablica B

Kritične vrijednosti t-distribucije

df	0,05	0,01
1	12,71	63,66
2	4,30	9,93
3	3,18	5,84
4	2,78	4,60
5	2,57	4,03
6	2,45	3,71
7	2,37	3,50
8	2,31	3,36
9	2,26	3,25
10	2,23	3,17
11	2,20	3,11
12	2,18	3,06
13	2,16	3,01
14	2,15	2,98
15	2,13	2,95
16	2,12	2,92
17	2,11	2,90
18	2,10	2,88
19	2,09	2,86
20	2,09	2,85
21	2,08	2,83
22	2,07	2,82
23	2,07	2,81
24	2,06	2,80
25	2,06	2,79
26	2,06	2,78
27	2,05	2,77
28	2,05	2,76
29	2,05	2,76
30	2,04	2,75
40	2,02	2,70
50	2,01	2,68
60	2,00	2,66
80	1,99	2,64
100	1,98	2,63
120	1,98	2,62
∞	1,96	2,58

Tablica C

Kritične vrijednost u K-S testu

<i>n</i>	<i>p=0,05</i>	<i>p=0,01</i>
1	0,975	0,995
2	0,842	0,929
3	0,708	0,829
4	0,624	0,734
5	0,563	0,669
6	0,519	0,617
7	0,483	0,576
8	0,454	0,542
9	0,430	0,513
10	0,409	0,486
11	0,391	0,468
12	0,375	0,449
13	0,361	0,432
14	0,349	0,418
15	0,338	0,404
16	0,327	0,392
17	0,318	0,381
18	0,309	0,371
19	0,301	0,361
20	0,294	0,352
21	0,287	0,344
22	0,281	0,337
23	0,275	0,330
24	0,269	0,323
25	0,264	0,317
26	0,259	0,311
27	0,254	0,305
28	0,250	0,300
29	0,246	0,295
30	0,242	0,290
35	0,224	0,269
40	0,210	0,252
45	0,198	0,238
50	0,188	0,226
55	0,180	0,216
60	0,172	0,207
65	0,166	0,199
70	0,160	0,192
75	0,154	0,185
80	0,150	0,179

Pojmovnik

1. **apriorna valjanost** (engl, *a priori validity*) - oblik dijagnostičke valjanosti kod koje se zaključivanje o predmetu mjerjenja temelji na logičkoj analizi postupka mjerjenja i testovnog sadržaja koji dovodi do odgovarajuće reakcije ispitanika, što može sugerirati aktiviranje neke hipotetske latentne dimenzije (predmeta mjerjenja), Apriorna valjanost nije proizvod eksperimentalne provjere, pa se obično koristi za postavljanje hipoteze o predmetu mjerjenja koja se potvrđuje ili opovrgava eksperimentalnom provjerom,
2. **apsolutna nula** (engl, *absolute zero point*) - potpuna odsutnost mjerenog svojstva,
3. **aritmetička sredina** ili prosječna vrijednost (engl, *mean*) - mjera centralne tendencije koja se izračunava kao omjer zbroja svih vrijednosti neke varijable i ukupnog broja entiteta,
4. **deskriptivna statistika** (engl, *descriptive statistics*) - statistički postupci grupiranja i grafičkog prikazivanja podataka te izračunavanja različitih statističkih pokazatelja kojima se opisuje promatrana pojava (mjere centralne tendencije ili središnje mjere, mjere varijabilnosti ili disperzije, mjere asimetrije i zakrivljenosti distribucije...), Zaključci dobiveni u okviru deskriptivne statisitike odnose se isključivo na promatranoj grupu ispitanika (uzorak),
5. **deskriptivni pokazatelji** (engl, *descriptive parameters*) - statistički pokazatelji kojima se opisuju varijable, To su mjere: centralne tendencije, disperzije te oblika distribucije,
6. **dijagnostička valjanost** (engl, *diagnostic validity*) - metrijska karekteristika kojom se utvrđuje što određeni test mjeri, odnosno koji mu je predmet mjerjenja, Prema načinu utvrđivanja, moguće je razlikovati dva osnovna tipa dijagnostičke valjanosti, To su *apriorna i faktorska valjanost*,
7. **diskretna varijabla** (engl, *discrete variable*) - kvantitativna varijabla kod koje su vrijednosti mjerenog svojstva određene cijelim brojem, Dobiva se postupkom prebrojavanja (npr, broj sklekova, broj skokova u obrani i napadu,,,),
8. **distribucija frekvencija** (engl, *frequency distribution*) - uređeni niz kvantitativnih vrijednosti s pripadajućim frekvencijama,
9. **empirijska distribucija** (engl, *empirical distribution*) - distribucija eksperimentalno prikupljenih podataka,
10. **entitet** (engl, *entity*) - jedinka nekog skupa osoba, objekata, stvari, pojave, procesa itd., nositelj informacija koje je moguće prikupiti nekim postupkom mjerjenja, U kineziološkim istraživanjima entiteti su najčešće ljudi, ali mogu biti i sportske ekipe, tehnički elementi, zadaci u igri itd,
11. **faktorska valjanost** (engl, *factor validity*) - oblik dijagnostičke valjanosti kod koje se eksperimentalno (faktorskom analizom) utvrđuje što je predmet mjerjenja određenog mjernog instrumenta, odnosno, u kojoj mjeri svaki od njegovih faktora uvjetuje varijabilnost dobivenih rezultata,

12. **grafikon retka** (engl, *horizontal bar/column graph*) - površinski grafikon koji se crta u pravokutnom koordinatnom sustavu, Na osi y nalaze se kategorije, a na osi x nalaze se frekvencije, Pravokutnici su jednakih osnovica (visina), a duljina im je određena pripadajućom frekvencijom,
13. **grafikon stupca** (engl, *vertical bar/column graph*) - površinski grafikon koji se crta u pravokutnom koordinatnom sustavu, Na osi x nalaze se kategorije, a na osi y nalaze se frekvencije, Pravokutnici su jednakih osnovica (širina), a visina im je određena frekvencijom pripadajuće kategorije,
14. **grupiranje podataka** (engl, *clustering data*) - statistički postupak razvrstavanja entiteta s istim oblikom obilježja u određeni broj disjunktnih podskupova (podskupovi koji nemaju zajedničkih članova),
15. **grupni uzorak** (engl, *cluster sample*) - formira se tako da se iz neke populacije slučajnim izborom biraju cijele grupe (npr, ako se istražuje srednjoškolska populacija u nekoj državi, slučajnim izborom bira se uzorak,
16. **histogram frekvencija** (engl, *frequency histogram*) - površinski grafički prikaz distribucije frekvencija crta se tako da osnovicu pravokutnika određuje interval razreda, a visinu frekvencija pojedinog razreda,
17. **homogenost** (engl, *homogeneity*) - metrijska karakteristika koja pokazuje koliko rezultati ispitanika u svim česticama zavise od istog predmeta mjerjenja ili identične kombinacije različitih predmeta mjerjenja,
18. **indirektno mjerjenje** (engl, *indirect measurement*) - mjerjenje u kojem predmet mjerjenja i mjerna jedinica nemaju ista svojstva (npr, mjerjenje električnog napona, temperature nekog objekta,,,), Kod indirektnog mjerjenja veličina predmeta mjerjenja određuje se pomoću njegova utjecaja na druge objekte koji mijenja njihova svojstva, pa je na temelju izazvanih promjena moguće odrediti veličinu mjereneog svojstva ako između predmeta mjerjenja i izazvanih promjena postoji neka stalna veza (relacija, odnos),
19. **intervalna skala** (engl, *interval scale*) - ima kvantitativna svojstva i kontinuitet, Osim što utvrđuju redoslijed, intervali uzduž skale su jednakci (ekvidistantni), a nulta vrijednost je određena dogовором (primjerice, kod mjerjenja temperature u °C, nulta vrijednost je određena kao temperatura pri kojoj se smrzava voda, kod z-vrijednosti nulta vrijednost predstavlja aritmetičku sredinu),
20. **intervalni uzorak** (engl, *interval sample*) - vrsta slučajnog uzorka koji se formira tako da se svi entiteti neke populacije poredaju (npr, po abecednom redu) te da se, nakon slučajnog izbora prvog entiteta, bira svaki treći, peti, odnosno n -ti entitet, Ovaj način biranja entiteta ima karakteristike jednostavnog slučajnog uzorka ako su entiteti nesistematski poredani,
21. **jednostavna linearna kombinacija** (engl, *simple linear combination*) - varijabla koja je nastala zbrajanjem drugih varijabli,

22. **jednostavna sumacija** (engl, *simple summation*) - najjednostavniji način za izračunavanje ukupnog rezultata u nekom kompozitnom testu, Ukupan rezultat u testu dobije se jednostavnom linearном kombinacijom, odnosno zbrojem rezultata entiteta u česticama,
23. **jednostavni slučajni uzorak** (engl, *simple random sample*) - formira se tako da svakom entitetu neke populacije osiguramo jednaku vjerojatnost (šansu) izbora (primjerice, uz pomoć bubenja za loto, generatora slučajnih brojeva i sl,)
24. **koeficijent determinacije** (engl, *determination coefficient*) - predstavlja proporciju zajedničkog varijabiliteta dviju varijabli, a izračuna se kao kvadrat koeficijenta korelacije, Koeficijent determinacije pomnožen sa 100 daje postotak kojim se može predviđati rezultat u jednoj varijabli ako nam je poznat rezultat u drugoj varijabli,
25. **kineziometrija** - proučava probleme mjerjenja, odnosno, konstrukcije i evaluacije mjernih instrumenata za procjenu kinezioloških fenomena,
26. **koeficijent varijabilnosti** (engl, *variability coefficient*) - relativna mjera disperzije ili varijabilnosti koja pokazuje koliki postotak vrijednosti aritmetičke sredine iznosi standardna devijacija,
27. **kompozitni mjerni instrument** (engl, *composite measuring instrument*) - mjerni instrument koji se sastoji od više čestica (pitanja, zadataka, ponovljanih mjerjenja),
28. **kontinuirana varijabla** (engl, *continuous variable*) - može poprimiti bilo koju numeričku vrijednost,
29. **korelacija** (engl, *correlation*) - povezanost dviju standardiziranih varijabli, odnosno mjera međusobne sukladnosti u variranju rezultata dviju varijabli, Izražava se koeficijentom korelacije koji pokazuje smjer i jačinu međusobne povezanosti dviju varijabli, a čija se vrijednost kreće se u intervalu od -1 do +1, Ako je:
 - $r = 0$ nema korelacije između dviju varijabli
 - $r = +1$ potpuna pozitivna korelacija
 - $r = -1$ potpuna negativna korelacija
 - $0 < r < +1$ nepotpuna pozitivna korelacija
 - $0 > r > -1$ nepotpuna negativna korelacija,
30. **kumulativne frekvencije** (engl, *cumulative frequencies*) - pokazuju koliko je entiteta (apsolutno ili relativno) kojima je vrijednost jednaka ili manja od gornje granice razreda čija je frekvencija ušla u kumulativni niz, Dobiju se tako da se frekvencije (apsolutne ili relativne) svakog sljedećeg razreda zbrajaju sa sumom frekvencija prethodnih razreda,
31. **latentna dimenzija** (engl, *latent dimension*) - varijabla koja se dobije linearnom kombinacijom manifestnih varijabli,
32. **manifestna varijabla** (engl, *manifest variable*) - varijabla dobivena mjeranjem određenog obilježja nekog skupa entiteta,

33. **medijan** (engl, *median*) - mjera centralne tendencije koja uređeni niz podataka dijeli na dva jednakobrojna dijela,
34. **metrijske karakteristike** (engl, *metric characteristics*) - svojstva mjernog instrumenta, To su: pouzdanost, objektivnost, homogenost, osjetljivost i valjanost,
35. **mjere centralne tendencije** (engl, *measures of central tendency*) - deskriptivni pokazatelji čije je zajedničko obilježje da svaka od njih predstavlja jednu vrijednost koja bi trebala biti dobra zamjena za skup svih pojedinačnih vrijednosti, odnosno njihov najbolji reprezentant, To su: *aritmetička sredina*, *geometrijska sredina*, *harmonijska sredina*, *mod* i *medijan*, S obzirom na prirodu varijabli, u kineziološkim istraživanjima najčešće se koriste aritmetička sredina, mod i medijan, dok se ostale mjere centralne tendencije rijetko primjenjuju,
36. **mjere varijabilnosti ili disperzije** (engl, *measures of variability or dispersion*) - deskriptivni pokazatelji kojima procjenjujemo raspršenje rezultata oko neke središnje vrijednosti (najčešće aritmetičke sredine), Za opis disperzije varijabli u kineziološkim istraživanjima najčešće se koriste *totalni raspon*, *interkvartil*, *varijanca* i *standardna devijacija*,
37. **mjerenje** (engl, *measurement*) - postupak kojim se objektima (entitetima, ispitanicima) pridružuju brojevi ili oznake prema određenim pravilima u skladu s razvijenosti mjerena svojstva (atributa, karakteristike, obilježja) čime se postiže njegova kvantifikacija ili klasifikacija,
38. **mjerne skale** (engl, *measurement scales*) - određene su svojstvima brojčanog sustava koja određuju pravila pridjeljivanja brojeva pojavama, Ta su pravila: određivanje identiteta (nominalna skala), određivanje redoslijeda (ordinalna skala), utvrđivanje razlika (intervalna skala) i utvrđivanje omjera (omjerna skala), Ovim pravilima ujedno je određena i razina mjerena koja je definirana dopustivim transformacijama koje skalu ostavljaju invariјatnom, Drugačije rečeno, skalu definira mogućnost manipuliranja brojčanim vrijednostima koje neće promijeniti empirijske informacije dobivene transponiranjem mjerenskih pojava u vrijednost skale (Kolesarić i Petz, 1999),
39. **mjerni instrument ili test** (engl, *measuring instrument*) - odgovarajući operator pomoću kojega se određuje pozicija objekta mjerena na nekoj mjernoj skali kojom se procjenjuje predmet mjerena, Konačni rezultat mjernog instrumenta ukazuje na stupanj razvijenosti predmeta mjerena,
40. **mod ili dominantna vrijednost** (engl, *mode*) - vrijednost kvalitativne ili kvantitativne varijable koja se najčešće pojavljuje, odnosno koja je najveće frekvencije,
41. **asimetrična distribucija** (engl, *asymmetrical distribution*) - distribucija kod koje je grupiranje entiteta u zoni viših (negativno asimetrična distribucija) ili nižih (pozitivno asimetrična distribucija) vrijednosti,
42. **nesistematske pogreške** (engl, *non-systematic errors*) - pogreške mjerena koje uzrokuju slučajne varijacije rezultata mjerena te smanjuju njegovu pouzdanost,

43. **nominalna skala** (engl, *nominal scale*) - nema kvantitativna svojstva ni kontinuitet, već se entiteti razvrstavaju u određene kategorije ili klase, pri čemu se vodi računa da su klase definirane jednoznačno, odnosno da svaki entitet može pripadati samo jednoj klasi, Rezultat mjerena je frekvencija objekata koji pripadaju određenoj klasi (npr, muško-žensko, položili-pali itd,),
44. **objekt mjerena** (engl, *measurement object*) - nositelj informacija koje je moguće prikupiti nekim postupkom mjerena, a kojima se može opisati stanje nekog entiteta, U kineziološkim istraživanjima objekti mjerena najčešće su ljudi, ali mogu biti i sportske ekipe, tehnički elementi itd,
45. **objektivnost** (engl, *objectivity*) - mjerna karakteristika kojom se određuje nezavisnost rezultata mjerena od mjerioca, Postupak mjerena smatra se objektivnim ako različiti mjerioci, mjereći iste ispitanike, dolaze do istih rezultata, Što je veći stupanj slaganja između rezultata ispitanika koje su dobili različiti mjerioci, to je objektivnost mjerena veća,
46. **omjerna skala** (engl, *ratio scale*) - uza sva svojstva intervalne mjerne skale, ima još i apsolutnu nulu (potpuna odsutnost mjereneg svojstva), odnosno, rezultati su izraženi od nulte vrijednosti pa jednaki brojčani odnosi (omjeri) znače i jednakodnose u mjerenoj pojavi (npr, mjerena duljina, sile, vremena potrebnog za izvođenje neke aktivnosti),
47. **ordinalna skala** (engl, *ordinal scale*) - pored toga što određuje pripadnost pojedinih objekata nekoj klasi (nominalna skala), određuje i njihov redoslijed, ali razlike između pojedinih klasa (vrijednosti) nisu jednakane, Dakle, njome je moguće utvrditi je li neki objekt bolji od drugoga, ali ne i koliko je bolji (npr, redoslijed trkača na cilju neke utrke, školske ocjene itd),
48. **osjetljivost** (engl, *sensitivity*) - predstavlja svojstvo mjernega instrumenta da uspješno razlikuje ispitanike po predmetu mjerena,
49. **podatak** (engl, *data*) - određena kvantitativna ili kvalitativna vrijednost kojom je opisano određeno obilježje nekog objekta, stvari, osobe, pojave, procesa..., odnosno, entiteta,
50. **poligon frekvencija** - linjski grafički prikaz distribucije frekvencija koji nastaje spajanjem točaka položaj kojih je u koordinatnom sustavu određen numeričkom vrijednošću obilježja i veličinom frekvencije,
51. **populacija (univerzum) varijabli** (engl, *population of variables*) - predstavlja skup svih mogućih varijabli kojima se može opisati stanje nekog entiteta,
52. **populacija entiteta** (engl, *population of entities*) - beskonačan ili konačan skup svih entiteta čija su obilježja predmet statističke analize,
53. **pouzdanost** (engl, *reliability*) - metrijska karakteristika koja se odnosi na točnost mjerena, tj, na nezavisnost mjerena od nesistematskih pogrešaka,

54. **pragmatička valjanost** (engl, *pragmatic validity*) - metrijska karakteristika koja pokazuje koliko uspješno, odnosno s kolikom sigurnošću možemo predvidjeti uspjeh u nekoj praktičnoj aktivnosti na temelju rezultata tog testa,
55. **pravi rezultat** (engl, *true scores*) - točan rezultat veličine predmeta mjerjenja, a bilo bi ga moguće dobiti kada na mjerjenje, osim predmeta mjerjenja, ne bi utjecali i drugi faktori, odnosno kada bi mjerjenje bilo potpuno pouzdano,
56. **predmet mjerjenja** - određeno svojstvo koje se mjeri na objektima mjerjenja,
57. **prigodni uzorak** (engl, *convenience sample*) - uzorak formiran odabirom trenutno dostupnih entiteta,
58. **relativna frekvencija** (engl, *relative frequency*) - izračuna se kao omjer frekvencije određene kategorije f_g i zbroja frekvencija svih kategorija n (ukupnog broja entiteta),
59. **sistematske pogreške** (engl, *systematic errors*) - pogreške mjerjenja koje nastaju utjecajem sistematskih faktora koji izazivaju stalni porast ili pad rezultata (primjerice, učenje, umor, razvoj itd.),
60. **slučajni uzorak** (engl, *random sample*) - uzorak biran tako da svakom entitetu populacije osiguramo jednaku vjerojatnost izbora,
61. **standardna devijacija** (engl, *standard deviation*) - mjera disperzije ili varijabilnosti podataka koja se izračunava kao korijen iz varijance, odnosno, korijen iz prosječnog kvadratnog odstupanja rezultata entiteta od aritmetičke sredine
62. **stratificirani uzorak** (engl, *stratified sample*) - slučajni uzorak koji se formira tako da se populacija podijeli prema nekim važnim obilježjima (npr, spol, dob i sl.) u *stratume* (slojeve, podpopulacije) iz kojih se slučajnim odabirom biraju entiteti, Broj entiteta biranih iz svakog *stratuma* mora biti proporcionalan veličini pojedinog stratuma u populaciji,
63. **strukturni krug** (engl, *pie charts*) - grafikon koji se najčešće koristi za prikaz relativnih frekvencija,
64. **teoretske distribucije** (engl, *distribution functions*) - matematičke funkcije koje omogućavaju utvrđivanje vjerojatnosti nekog slučajnog događaja u zadanim uvjetima (npr, normalna distribucija),
65. **totalni raspon** (engl, *range*) - najjednostavnija mjera varijabilnosti, Utvrđuje se kao razlika između maksimalne (x_{max}) i minimalne (x_{min}) vrijednosti,
66. **uzorak entiteta** (engl, *sample of entities*) - podskup entiteta izabran iz populacije u skladu s nekim pravilom, a s ciljem da je što bolje reprezentira,
67. **uzorak varijabli** (engl, *sample of variables*) - podskup varijabli izabran na temelju neke teorije iz populacije varijabli,

68. **uzorkovanje** (engl, *sampling*) - postupak kojim se iz populacije bira uzorak entiteta,
69. **valjanost** (engl, *validity*) - svojstvo mjernog instrumenta koja pokazuje što određeni mjerni instrument mjeri,
70. **varijabla** (engl, *variable*) - određeno obilježje (svojstvo) koje oblikom ili stupnjem varira među entitetima, odnosno po kojem entiteti mogu biti isti ili različiti,
71. **varijanca** (engl, *variance*) - mjera disperzije ili varijabilnosti koja predstavlja prosječno kvadratno odstupanje rezultata entiteta od aritmetičke sredine,
72. **z - vrijednost** (engl, *z - value*) - relativna mjera odstupanja rezultata entiteta od aritmetičke sredine, izražena u dijelovima standardne devijacije,

Formule

Relativne frekvencije

$$p_g = f_g/n;$$

$$\%_g = f_g/n \cdot 100;$$

$$g = 1, \dots, k$$

gdje je

p_g relativna frekvencija izražena u proporciji grupe g ($g = 1, \dots, k$)

f_g frekvencija u grupi g

$\%_g$ relativna frekvencija izražena u postotku

n ukupan broj entiteta

k broj kategorija (grupa),

Raspon rezultata

$$R = x_{max} - x_{min}$$

gdje je

R totalni raspon rezultata

x_{max} maksimalna vrijednost

x_{min} minimalna vrijednost,

Aritmetička sredina

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

gdje je $i = 1, \dots, n$, a n predstavlja broj entiteta,

Standardna devijacija

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

gdje je n predstavlja broj entiteta,
Koeficijent varijabilnosti

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

gdje je s standardna devijacija, a \bar{x} aritmetička sredina,

Standardizacija podataka (z-vrijednost)

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s},$$

gdje je

z_i standardizirani rezultat entiteta i

x_i originalna vrijednost ispitanika i

\bar{x} aritmetička sredina

s standardna devijacija,

Koeficijent korelacije

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left(n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \left(n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right)}}$$

gdje je

x_i rezultat entiteta i u varijabli x

y_i rezultat entiteta i u varijabli y

n broj entiteta,

Apsolutna stopa promjene s promjenjivom bazom

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$$

gdje je

y_i - rezultat subjekta u vremenskoj točki i

$i = 2, \dots, k$

k - broj vremenskih točaka,

Relativna stopa promjene s promjenjivom bazom

$$S_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100 - 100 \quad \text{ili} \quad S_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100$$

gdje je

y_t - rezultat subjekta u vremenskoj točki t

$t = 2, \dots, k$

k - broj vremenskih točaka,

Apsolutna stopa promjene sa stalnom bazom

$$\Delta y_i = y_i - y_1$$

gdje je

y_i - rezultat subjekta u vremenskoj točki i

y_1 - rezultat subjekta u prvoj vremenskoj točki (inicijalno stanje)

$i = 2, \dots, k$

k - broj vremenskih točaka,

Relativna stopa promjene sa stalnom bazom

$$S_t = \frac{y_t}{y_1} \cdot 100 - 100 \quad \text{ili} \quad S_t = \frac{y_t - y_1}{y_1} \cdot 100$$

gdje je

y_t - rezultat subjekta u vremenskoj točki t

y_1 - rezultat subjekta u prvoj vremenskoj točki (inicijalno stanje)

$t = 2, \dots, k$

k - broj vremenskih točaka,
