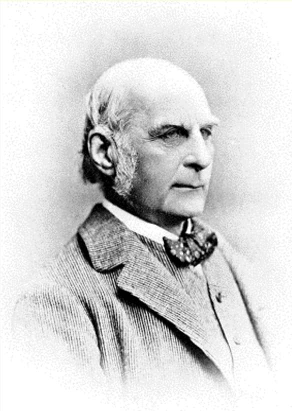
KORELACIJA

Začetnikom korelacijske i regresijske analize smatra se engleski antropolog Francis Galton koji je pod utjecajem rođaka Charlesa Darwina istraživao utjecaj naslijeđa na razvoj čovjekovih karakteristika.



Francis Galton
(1822. – 1911.)

Surađujući s Galtonom, Karl Perason je razvio računski postupak za utvrđivanje povezanosti između dviju varijabli i nazvao ga ***produkt - moment koeficijent korelacije***.

Karl Pearson
(1857. – 1936.)

KORELACIJA

Pearsonov ***produkt - moment koeficijent korelacije*** (*r*) predstavlja mjeru međusobne linearne povezanosti rezultata dviju standardiziranih varijabli, a izračunava se formulom

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ci} y_{ci}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{ci}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_{ci}^2}}$$

gdje je

- $x_{ci} = x_i - \bar{x}$ (centrirani rezultat entiteta *i* u varijabli *x*)
- $\bar{x}$ - aritmetička sredina varijable *x*
- $y_{ci} = y_i - \bar{y}$ (centrirani rezultat entiteta *i* u varijabli *y*)
- $\bar{y}$ - aritmetička sredina varijable *y*

KORELACIJA

Pearsonov koeficijent korelacije može se izračunati i iz originalnih (necentriranih) rezultata pomoću formule

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}\right)}}$$

gdje je

- x_i - rezultat entiteta *i* u varijabli *x*
- y_i - rezultat entiteta *i* u varijabli *y*
- *n* - broj entiteta

KORELACIJA

Ako se rezultati ispitanika u varijablama *x* i *y* standardiziraju, onda formula poprima sljedeći oblik

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (z_{x_i} z_{y_i})}{n}$$

gdje je

- z_{x_i} - standardizirani rezultat entiteta *i* u varijabli *x*
- z_{y_i} - standardizirani rezultat entiteta *i* u varijabli *y*
- n - broj entiteta

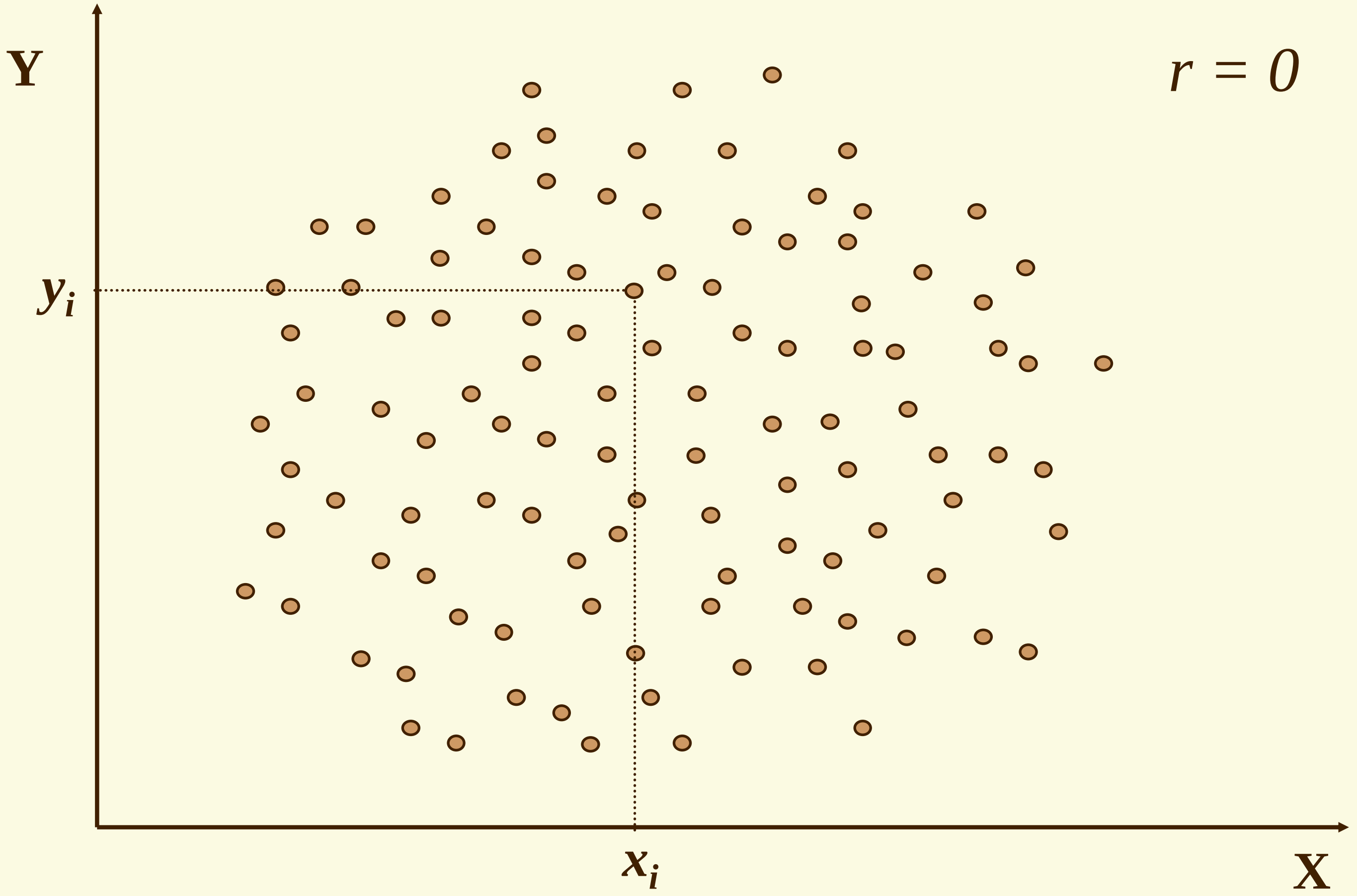
Pearsonov koeficijent korelacije (izračunat bilo kojim postupkom) uvijek se nalazi u intervalu od *-1* do *1* .

KORELACIJA

Dvodimenzionalni ***korelacijski dijagram*** je grafički način prikazivanja povezanosti rezultata dviju varijabli, a iscrtava se na način da se za svakog ispitanika odredi položaj u koordinatnom sustavu pri čemu se položaj na apscisi određuje sukladno rezultatu ispitanika u jednoj varijabli, a položaj na ordinati sukladno rezultatu u drugoj varijabli.

Oblik korelacijskog dijagrama zavisan je o smjeru i veličini povezanosti varijabli, odnosno o predznaku i veličini koeficijenta korelacije.

KORELACIJA

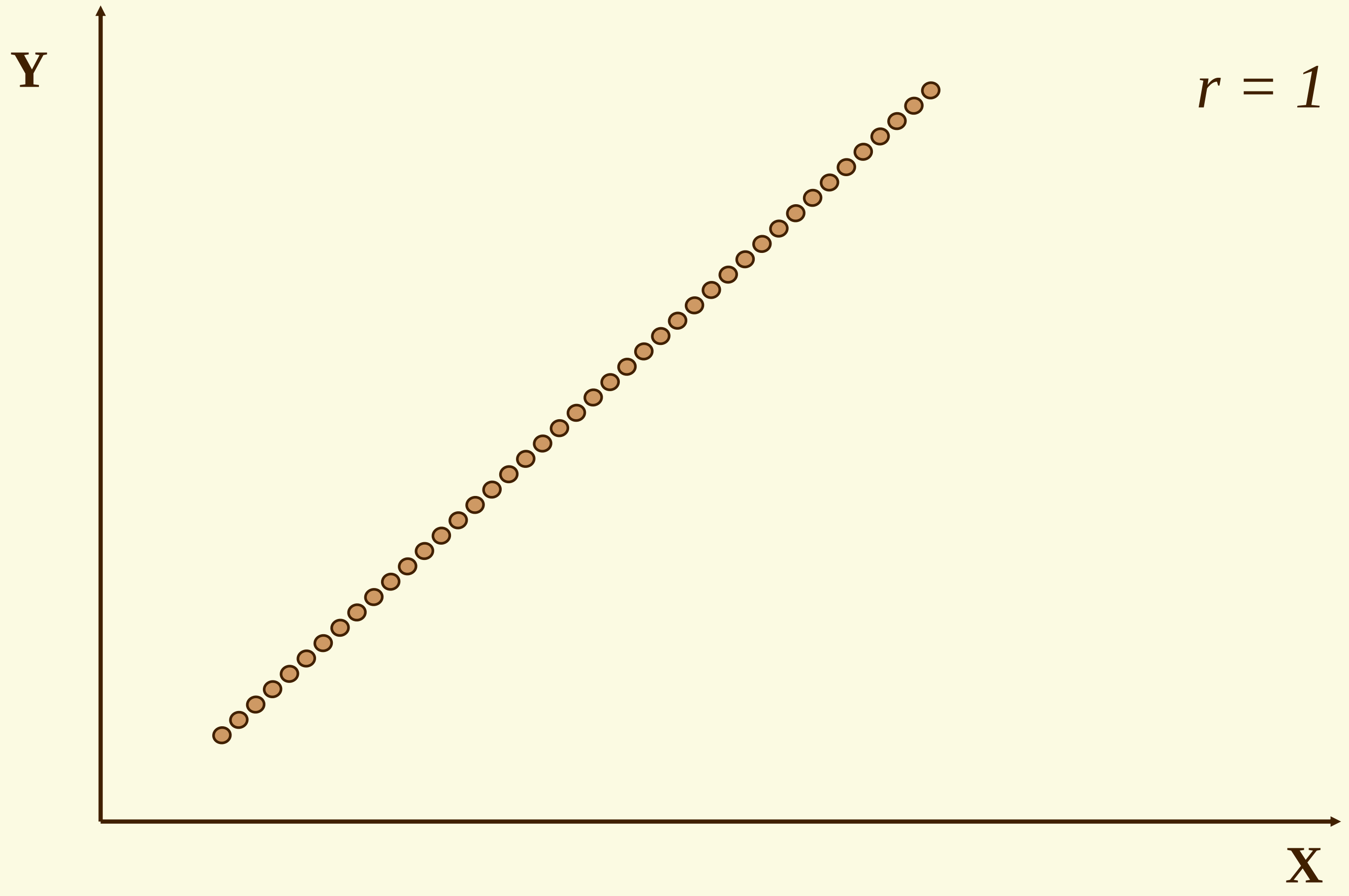


KORELACIJA

Prethodno prikazan korelacijski dijagram je primjer ***nulte korelacije***, odnosno slučaja kada između dviju varijabli ne postoji nikakva povezanost.

Nulta korelacija (*r=0*) označava takav odnos između dviju varijabli u kojem svakom rezultatu u jednoj varijabli može odgovarati bilo koji rezultat u drugoj varijabli.

KORELACIJA

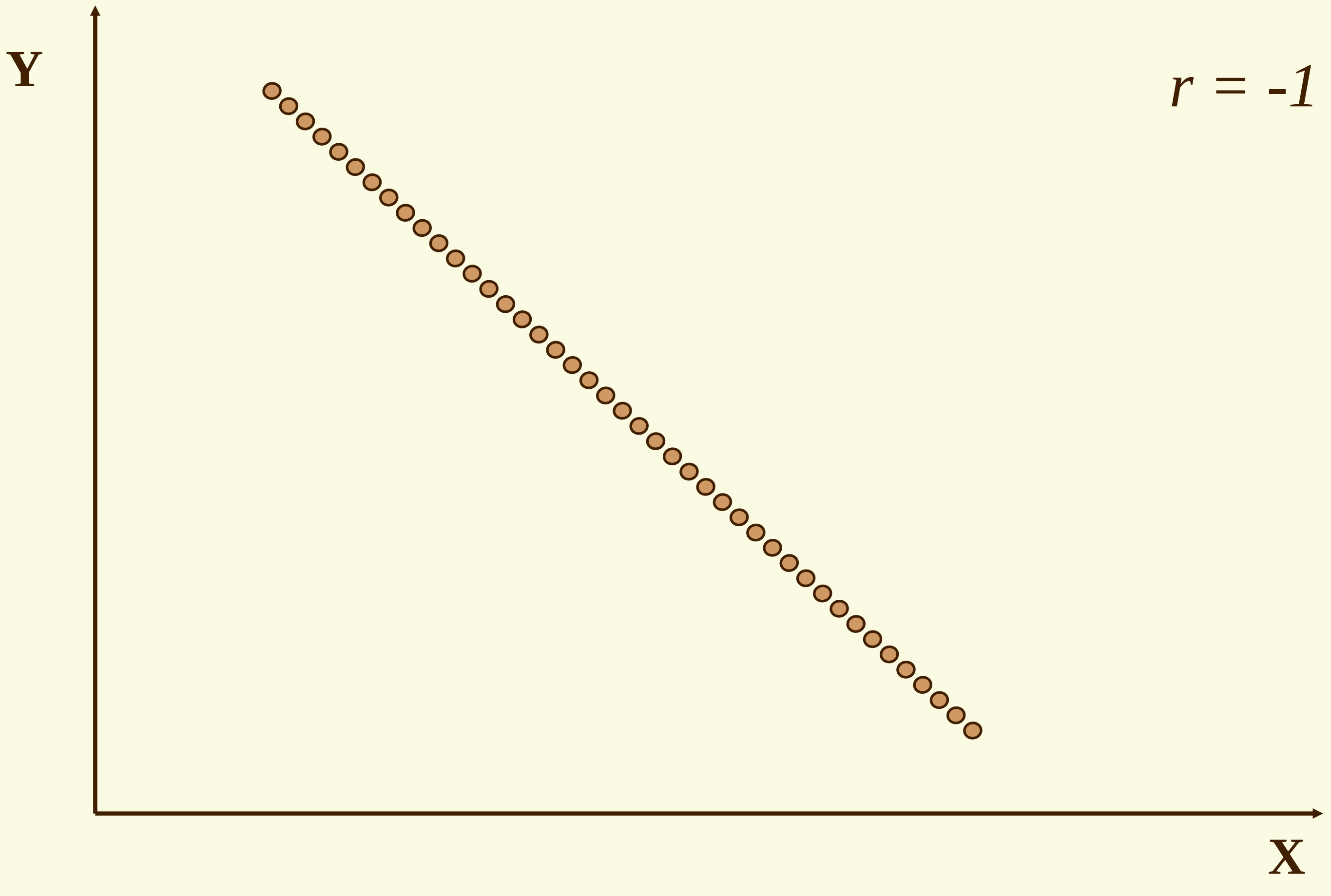


KORELACIJA

Prethodno prikazan korelacijski dijagram je primjer ***potpune pozitivne korelacije***, odnosno slučaja kada su rezultati dviju varijabli međusobno proporcionalni.

Potpuna pozitivna korelacija (*r=1*) označava takav odnos između dviju varijabli u kojem svakom iznadprosječnom rezultatu u jednoj varijabli odgovara jednako iznadprosječan rezultat u drugoj varijabli, odnosno svakom ispodprosječnom rezultatu u jednoj varijabli odgovara jednako ispodprosječan rezultat u drugoj varijabli.

KORELACIJA

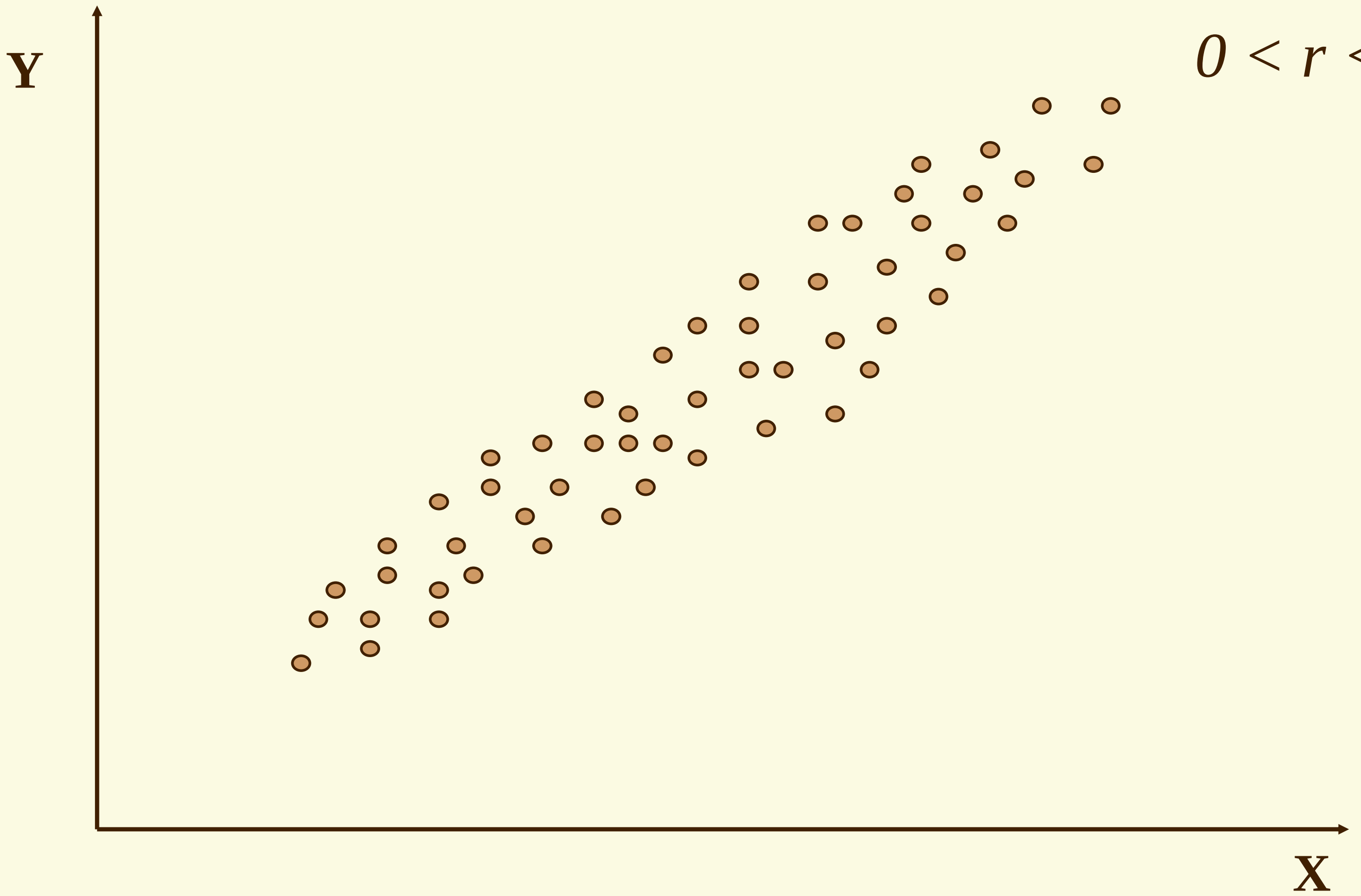


KORELACIJA

Prethodno prikazan korelacijski dijagram je primjer ***potpune negativne korelacije***, odnosno slučaja kada su rezultati dviju varijabli međusobno obrnuto proporcionalni.

Potpuna negativna korelacija (r=-1) označava takav odnos između dviju varijabli u kojem svakom iznadprosječnom rezultatu u jednoj varijabli odgovara jednako ispodprosječan rezultat u drugoj varijabli, odnosno svakom ispodprosječnom rezultatu u jednoj varijabli odgovara jednako iznadprosječan rezultat u drugoj varijabli.

KORELACIJA

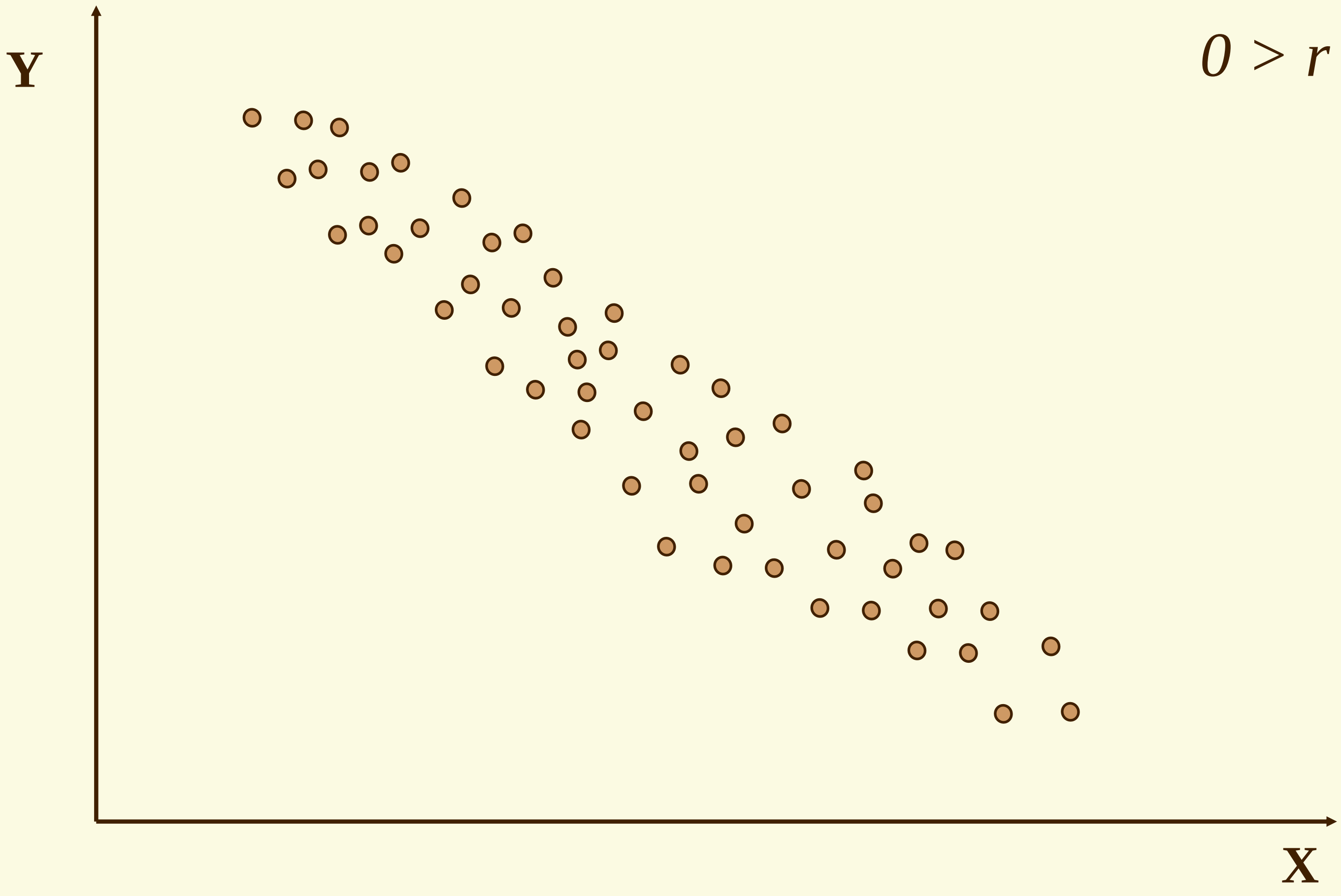


KORELACIJA

Prethodno prikazan korelacijski dijagram je primjer ***nepotpune pozitivne korelacije.***

Nepotpuna pozitivna korelacija ($0<r<1$) označava takav odnos između dviju varijabli u kojem svakom iznadprosječnom rezultatu u jednoj varijabli najvjerojatnije odgovara jednako iznadprosječan rezultat u drugoj varijabli, odnosno svakom ispodprosječnom rezultatu u jednoj varijabli najvjerojatnije odgovara jednako ispodprosječan rezultat u drugoj varijabli.

KORELACIJA



$0 > r > -1$

KORELACIJA

Prethodno prikazan korelacijski dijagram je primjer ***nepotpune negativne korelacije.***

Nepotpuna negativna korelacija ($0>r>-1$) označava takav odnos između dviju varijabli u kojem svakom iznadprosječnom rezultatu u jednoj varijabli najvjerojatnije odgovara jednako ispodprosječan rezultat u drugoj varijabli, odnosno svakom ispodprosječnom rezultatu u jednoj varijabli najvjerojatnije odgovara jednako iznadprosječan rezultat u drugoj varijabli.

KORELACIJA

Koeficijent korelacije jednak je kosinusu kuta između dvaju centriranih vektora (npr. ***x*** i ***y***).

Kosinus kuta koji zatvaraju dva vektora istog reda (***x*** i ***y***) izračuna se kao omjer skalarnog produkta dvaju vektora i umnoška njihovih normi

$$cos\alpha = \left(\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{x}\right)^{-1/2} \left(\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{y}\right)\left(\boldsymbol{y}^T \boldsymbol{y}\right)^{-1/2}$$

odnosno

$$cos\alpha = \frac{\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{y}}{|x||y|}$$

KORELACIJA

Ako se rezultati u varijablama centriraju

$$x_{ci} = x_i - \bar{x} \qquad y_{ci} = y_i - \bar{y}$$

tada je kosinus kuta α jednak

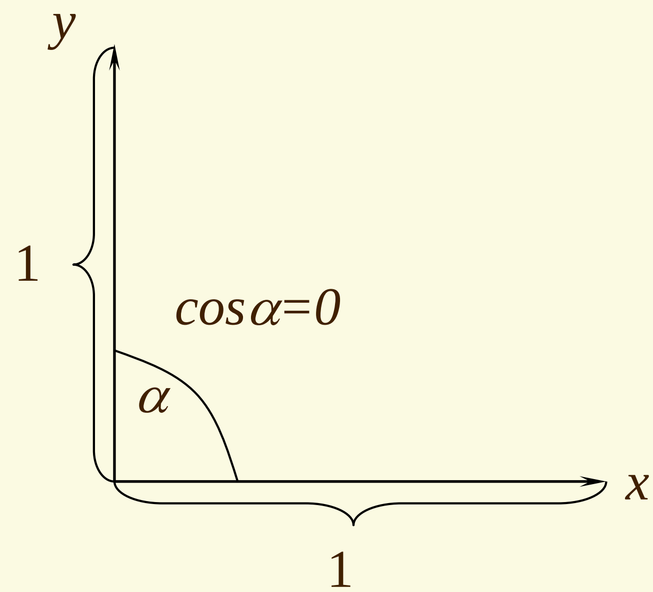
$$\cos\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ci} y_{ci}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{ci}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_{ci}^2}}$$

što je formula za izračunavanje koeficijenta korelacije, pa je

$$r_{xy} = \cos\alpha_{xy}$$

KORELACIJA

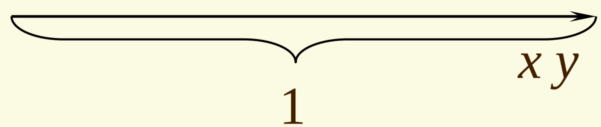
Ako je korelacija između varijabli jednaka nuli ($r_{xy}=0$), onda su dva normirana i centrirana vektora pod kutem od 90°.



KORELACIJA

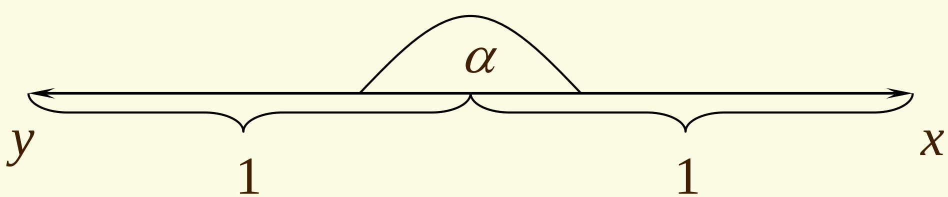
Ako je korelacija između varijabli potpuna pozitivna ($r_{xy}=1$), onda je kut između dvaju normiranih i centriranih vektora 0°.

$cos\alpha = 1$



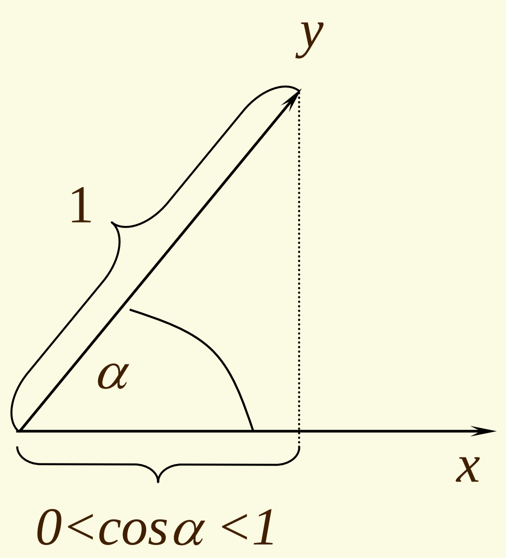
Ako je korelacija između varijabli potpuna negativna ($r_{xy}=-1$), onda je kut između dvaju normiranih i centriranih vektora 180°

$cos\alpha = -1$



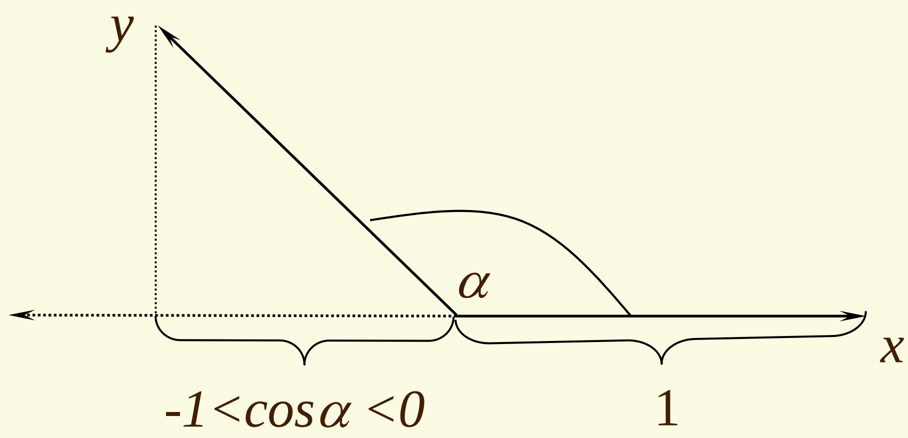
KORELACIJA

Ako je korelacija nepotpuna pozitivna ($0<r_{xy}<1$), onda je kut između dvaju normiranih i centriranih vektora veći od 0°, a manji od 90º.



KORELACIJA

Ako je korelacija nepotpuna negativna ($-1<r_{xy}<0$), onda je kut između dvaju normiranih i centriranih vektora veći od 90°, a manji od 180º.



KORELACIJA

Ako se povezanost između dviju varijabli utvrđuje na uzorku ispitanika, potrebno je testirati statističku značajnost koeficijenta korelacije odnosno utvrditi vjerojatnost da se korelacija nije dogodila slučajno. Pri testiranju statističke značajnosti koeficijenta korelacije moguće je postaviti sljedeće hipoteze

- $H_0 : r=0$ - korelacija nije statistički značajna uz pogrešku p
- $H_1 : r \neq 0$ - korelacija je statistički značajna uz pogrešku p

KORELACIJA

Statistička značajnost koeficijenta korelacije testira se putem t-distribucije pri čemu se kritična *t* vrijednost određuje na temelju pogreške statističkog zaključka *p* i broja stupnjeva slobode *df=n-2* . Vrijednost koja se uspoređuje s kritičnom t-vrijednosti izračunava se formulom

$$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

gdje je

- *t* - vrijednost koja se distribuira prema t-distribuciji za *df=n-2*
- *r* - koeficijent korelacije
- *n* - broj entiteta

KORELACIJA

Iz prethodno navedene formule moguće je uočiti kako je vjerojatnost da se korelacija u uzorku dogodila slučajno iako u populaciji ne postoji manja što je broj entiteta u uzorku veći i što je apsolutna vrijednost izračunate korelacije veća.

KORELACIJA

Rezultati korelacijske analize najčešće se prikazuju pomoću ***korelacijske matrice***. U dijagonali korelacijske matrice su varijance varijabli, a izvandijagonalni elementi su korelacije svake varijable sa svakom. Korelacijska matrica je simetrična što znači da se koeficijent korelacije između svake dvije varijable nalazi i s gornje i s donje strane glavne dijagonale.

(*Formalni prikaz korelacijske matrice s četiri varijable*)

	v1	v2	v3	v4
v1	1	$r_{v1,v2}$	$r_{v1,v3}$	$r_{v1,v4}$
v2	$r_{v2,v1}$	1	$r_{v2,v3}$	$r_{v2,v4}$
v3	$r_{v3,v1}$	$r_{v3,v2}$	1	$r_{v3,v4}$
v4	$r_{v4,v1}$	$r_{v4,v2}$	$r_{v4,v3}$	1

KORELACIJA

Primjer: U korelacijskoj matrici prikazani su Pearsonovi koeficijenti korelacije između četiri motorička testa. Označene korelacije su statistički značajne uz pogrešku *p=0,05*)

	ONT	OUZ	NEB	SKL
ONT	1	0,66*	-0,36*	-0,35*
OUZ	0,66*	1	-0,21	-0,62*
NEB	-0,36*	-0,21	1	0,15
SKL	-0,35*	-0,62*	0,15	1

MICROSOFT EXCEL

Izračunavanje Pearsonovog koeficijenta korelacije

Izračunavanje Pearsonovog koeficijenta korelacije vrši se pomoću funkcije *Pearson*. Putem traka *Array1* i *Array2* potrebno je definirati niz podataka prve, odnosno druge varijable.

Zadatak - U datoteci *Judo.xls* izračunajte koliki je Pearsonov koeficijent korelacije između varijabli *SDM* i *BML* i testirajte statističku značajnost korelacije uz pogrešku $p=0,01$.

STATISTICA 7

Izračunavanje Pearsonovog koeficijenta korelacije

Izračunavanje Pearsonovog koeficijenta korelacije izvodi se slijedom koraka: padajući izbornik *Statistics* → *Basic Statistics/Tables* → *Correlation matrices*. U dijaloškom okviru koji se pokreće odabirom opcije *One variable list* potrebno je označiti dvije ili više varijabli na temelju kojih se želi izračunati korelacijska matrica.

Zadatak - U datoteci *Judo.sta* izračunajte korelacijsku matricu na temelju svih varijabli.

STATISTICA 7

Testiranje statističke značajnosti koeficijenta r

Testiranje statističke značajnosti Pearsonovog koeficijenta korelacije izvodi se slijedom koraka: padajući izbornik *Statistics* → *Basic Statistics/Tables* → *Correlation matrices* → *Options*. U traku *p-level for highlighting* potrebno je upisati željenu proporciju pogreške statističkog zaključka. Sve korelacije koje su statistički značajne na razini upisane pogreške u korelacijskoj matrici bit će označene crvenom bojom.

Zadatak - U datoteci *Judo.sta* testirajte statističku značajnost korelacije između varijabli *SDM* i *BML* uz pogrešku *p=1%* .

KORELACIJA

Literatura za pripremanje kolokvija

Dizdar, D. (2006). *Kvantitativne metode*. Zagreb: Kineziološki fakultet, str. 160-179.

Petz, B. (2002). *Osnovne statističke metode za nematematičare*. Jastrebarsko: Naklada Slap, str. 181-191, 195-197, 211-217.

Langer, M. (2004). Brzi vizualni vodič Microsoft Excel 2003 za Windows. Zagreb: Miš, str. 75-103.