

KANONIČKA ANALIZA

Kanoničku analizu je 1936. godine u časopisu *Biometrika* predložio Harold Hotelling.

Kanonička analiza je metoda za utvrđivanje relacija između dva skupa varijabli (npr. relacije morfoloških karakteristika i motoričkih sposobnosti).

Kanonička analiza može se koristiti i za utvrđivanje utjecaja skupa prediktorskih varijabli na skup kriterijskih varijabli (npr. utjecaj morfoloških karakteristika na skup varijabli za procjenu situacijske uspješnosti u rukometu).



Harold Hotelling
(1895. – 1973.)

KANONIČKA ANALIZA

Kanoničkom analizom se iz dva skupa od m odnosno k manifestnih varijabli na temelju matrica korelacija i matrica kroskorelacija izračuna onoliko *parova kanoničkih faktora* koliko je varijabli u manjem skupu.

Svaki se par kanoničkih faktora sastoji od jednoga kanoničkog faktora, odnosno linearne kombinacije manifestnih varijabli prvoga skupa i jednoga kanoničkog faktora, odnosno linearne kombinacije manifestnih varijabli drugog skupa.

KANONIČKA ANALIZA

Prvi par kanoničkih faktora izračunava se na način da objašnjava što je moguće više zajedničkog varijabiliteta dva skupa varijabli, odnosno da prvi kanonički faktor prvog skupa i prvi kanonički faktor drugog skupa budu u što je moguće većoj korelaciji.

Svaki sljedeći par kanoničkih faktora izračunava se na način da objašnjava što je moguće više preostalog zajedničkog varijabiliteta dva skupa varijabli, odnosno onog dijela zajedničkog varijabiliteta koji nije opisan prethodnim parovima kanoničkih faktora. To se postiže uz uvjet potpune linearne nezavisnosti, odnosno ortogonalnost između parova kanoničkih faktora.

KANONIČKA ANALIZA

Neka su u matrici B_1 podaci skupa $E = \{e_i ; i = 1, \dots, n\}$ entiteta koji su opisani skupom $V_1 = \{v_j ; j = 1, \dots, m\}$ manifestnih varijabli, a u matrici B_2 podaci istog skupa $E = \{e_i ; i = 1, \dots, n\}$ entiteta koji su opisani skupom $V_2 = \{v_j ; j = 1, \dots, k\}$ manifestnih varijabli. Operacijama

$$Z_1 = B_{c1} V_1^{-1} \quad \text{i} \quad Z_2 = B_{c2} V_2^{-1}$$

gdje su

- ➔ B_{c1} i B_{c2} - matrice centriranih podataka
- ➔ V_1^{-1} i V_2^{-1} - dijagonalne matrice standardnih devijacija varijabli iz matrica B_1 i B_2

izračunaju se matrice standardiziranih podataka (Z_1 i Z_2).

KANONIČKA ANALIZA

Operacijama

$$\mathbf{R}_{11} = \mathbf{Z}_1^T \mathbf{Z}_1 n^{-1} \quad \text{i} \quad \mathbf{R}_{22} = \mathbf{Z}_2^T \mathbf{Z}_2 n^{-1}$$

izračunaju se matrice korelacija varijabli prvog i drugog skupa (\mathbf{R}_1 i \mathbf{R}_2).

Operacijama

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{Z}_1^T \mathbf{Z}_2 n^{-1} \quad \text{i} \quad \mathbf{R}_{21} = \mathbf{Z}_2^T \mathbf{Z}_1 n^{-1}$$

izračunaju se matrice kroskorelacija (\mathbf{R}_{12} i \mathbf{R}_{21}).

KANONIČKA ANALIZA

Na temelju matrica svojstvenih vektora (X_1 i X_2) i matrica svojstvenih vrijednosti (λ_1 i λ_2) utvrđenih spektralnom dekompozicijom korelacijske matrice prvog odnosno drugog skupa varijabli

$$R_{11} = X_1 \lambda_1 X_1^T \quad R_{22} = X_2 \lambda_2 X_2^T$$

izračunaju se standardizirane glavne komponente prvog i drugog skupa varijabli ψ_1 i ψ_2 .

$$\psi_1 = Z_1 X_1 \lambda_1^{-1/2} \quad \psi_2 = Z_2 X_2 \lambda_2^{-1/2}$$

KANONIČKA ANALIZA

Na temelju matrica svojstvenih vektora Y_1 i Y_2 utvrđenih spektralnom dekompozicijom matrica QQ^T i Q^TQ gdje Q matrica kroskorelacija glavnih komponenata prvog i drugog skupa ($Q = \psi_2^T \psi_1 n^{-1}$)

$$QQ^T = Y_1 \lambda Y_1^T n^{-1} \quad Y_2 = Q Y_1 \lambda^{-1/2}$$

$$Q^TQ = Y_2 \lambda Y_2^T n^{-1} \quad Y_1 = Q^T Y_2 \lambda^{-1/2}$$

izračunaju se kanonički faktori prvog i drugog skupa varijabli ϕ_1 i ϕ_2

$$\phi_1 = \psi_1 Y_1 \quad \phi_2 = \psi_2 Y_2$$

KANONIČKA ANALIZA

Izračunavanjem korelacija kanoničkih faktora unutar prvog, odnosno drugog skupa može se potvrditi kako su kanonički faktori unutar istog skupa međusobno linearno nezavisni.

$$\phi_1^T \phi_1 n^{-1} = \mathbf{I}$$

$$\phi_2^T \phi_2 n^{-1} = \mathbf{I}$$

KANONIČKA ANALIZA

Koeficijent kanoničke korelacije (R_c) je mjera povezanosti kanoničkih faktora unutar jednog para, a kreće se između 0 (potpuna linearna nezavisnost) i 1 (potpuna linearna zavisnost).

Dijagonalna matrica kanoničkih korelacija (R_c) izračuna se operacijom

$$R_c = \phi_1^T \phi_2 n^{-1} = \lambda^{1/2}$$

Vrijedi pravilo da je $R_{c1} \geq R_{c2} \geq \dots \geq R_{ck}$ (gdje je k broj varijabli u manjem skupu manifestnih varijabli) odnosno da je povezanost (korelacija) kanoničkih faktora prvog para veća ili jednaka povezanosti kanoničkih faktora drugog para, itd.

KANONIČKA ANALIZA

Testiranje statističke značajnosti kanoničkih korelacija vrši se *Bartlettovim* testom putem χ^2 - distribucije s brojem stupnjeva slobode $df = (m - g) \times (k - g)$. χ^2 vrijednost se izračunava sljedećom formulom

$$\chi^2 = - \left[(n - 1) - \left(\frac{m + k + 1}{2} \right) \right] \cdot \log_e \prod_{j=g+1}^k (1 - \lambda_j)$$

gdje je

- ➔ n - broj entiteta
- ➔ m - broj varijabli prvog skupa
- ➔ k - broj varijabli drugog skupa
- ➔ λ_j - koeficijent kanoničke determinacije (R^2_{cj}) j -tog para kanoničkih faktora
- ➔ g - broj prethodno testiranih kanoničkih korelacija

KANONIČKA ANALIZA

Statistička značajnost kanoničkih korelacija testira se redom od prve do posljednje. Utvrđi li se da neka kanonička korelacija nije statistički značajna, tada niti jedna sljedeća kanonička korelacija ne može biti statistički značajna.

Ako se želi zaključivati s promatranog uzorka na populaciju entiteta, interpretiraju se samo oni parovi kanoničkih faktora čija je kanonička korelacija statistički značajna.

KANONIČKA ANALIZA

Interpretacija kanoničkih faktora vrši se putem *matrica strukture* kanoničkih faktora (F_1 i F_2) koje se izračunavaju operacijama

$$F_1 = Z_1^T \phi_1 n^{-1} \quad \text{i} \quad F_2 = Z_2^T \phi_2 n^{-1}$$

Matricu strukture F_1 čine korelacije manifestnih varijabli prvog skupa s kanoničkim faktorima prvog skupa, a matricu strukture F_2 korelacije manifestnih varijabli drugog skupa s kanoničkim faktorima drugog skupa.

STATISTICA 7

Kanonička analiza

Kanonička analiza provodi se slijedom koraka: padajući izbornik *Statistics* → *Multivariate Exploratory Techniques* → *Canonical analysis*. U dijaloškom okviru koji se pokreće odabirom opcije *Variables* potrebno je označiti sve manifestne varijable koje će biti uključene u analizu. Nakon potvrde opcijom *OK*, u izborniku *Variables for canonical analysis* potrebno je odabrati varijable prvog (*First variable list*) i drugog (*Second variable list*) skupa manifestnih varijabli.

STATISTICA 7

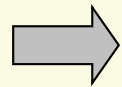
Kanonička analiza

Nakon odabira manifestnih varijabli prvog i drugog skupa moguće je izračunati i testirati statističku značajnost kanoničkih korelacija (*Canonical factors* → *Chi square tests*) i matrice strukture kanoničkih faktora prvog i drugog skupa (*Factor structures* → *Factor structures & redundancies*).

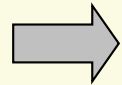
Zadatak - U matrici *SKOLA.sta* utvrdite relacije između skupa antropometrijskih varijabli (*VISI, TEZI, OBPO* i *NABN*) i skupa motoričkih testova (*TAPI, POLI, SDAL, POTR, PRRA, IZVI* i *TRGM*)! Izračunajte kanoničke korelacije i testirajte njihovu statističku značajnost! Interpretirajte matrice strukture kanoničkih faktora!

KANONIČKA ANALIZA

Literatura za pripremanje kolokvija



Dizdar, D. (2006). *Kvantitativne metode*. Zagreb: Kineziološki fakultet, str. 238-244.



Mejovšek, M. (2003). *Uvod u metode znanstvenog istraživanja u društvenim i humanističkim znanostima*. Jastrebarsko: Naklada Slap, str. 201-223.